

# シーケンシャルなセンサフュージョンのアルゴリズムとその理論

江村 暁\*・館 暲\*

## An Algorithm of Sequential Fusion of Multi-Sensor Data and Its Theory

Satoru EMURA\* and Susumu TACHI\*

Most algorithms currently proposed for Sensor Fusion assume that the data from multiple variant sensors are coherent (synchronous and without time delay of measurement). In this paper, we propose a new Sensor Fusion algorithm which fuses incoherent multi-sensor data according to the fixed sequence of time-variant combinations of sensors. This algorithm is proved by the existence of equivalent Kalman filter, which corresponds to this sequence. Observability and controllability of equivalent Kalman filter assure the steady state solution of unique estimation error covariance matrix. We also propose a new method of evaluating Sensor Fusion system by mutual information rate.

**Key Words:** sensor fusion, incoherent multi-sensor data, fixed sequence of combinations of sensors, equivalent Kalman filter

### 1. はじめに

#### 1.1 センサフュージョン

近年、異なるモダリティをもつ複数のセンサからのデータを統合的に処理することで、単一のセンサを越える性能、単一のセンサからは得られない新たな認識機能を工学的に実現するセンサフュージョン<sup>1)</sup>の研究が盛んに行われ、自律移動車や知能ロボットなどへ応用されている。そこで解決すべき問題として、1) 複数のセンサからの多種類、大量のセンサ情報の効率的な処理、2) センサ情報間の不整合の解消、3) センサ系により異なる処理手法を統一的に記述実行する柔軟なシステム、の三つが挙げられる。

2)について見ると、センサ情報間の不整合にはセンサ情報間の矛盾、測定時間のズレ、センサの不均一性などがある。このうちセンサ間の静的な不整合である各センサの精度の違いは、観測誤差の分散に応じた重み付けやカルマンフィルタなどにより処理される。しかし複数のすべてのセンサから、ある時点での情報が瞬時に得られ

ることを前提としている場合が多く、

1. 異なる種類のセンサではサンプリングレートが異なる。
2. 異なる方式のセンサ(物理現象を利用して電気信号へ直接変換する方式、内蔵したマイコンでの処理を含む方式 etc.)では、実際に計測値を得るまでの遅れ時間が異なる。
3. 1.2.のために、高サンプリングレートで複数の異なるセンサを同期させられない。

というセンサ間の動的な不整合の問題が存在する。

Hashemipour ら<sup>2)</sup>は、カルマンフィルタの適用される状況を複数の観測データが1) 同期して得られるケース 2) 非同期でシーケンシャルに得られるケース 3) 両者の複合したケースの3ケースに分類し、各ケースでマルチプロセッサ用の分散アルゴリズムを提案しているが、サンプリングレートの異なるセンサからの情報の融合は考慮されてない。Luo ら<sup>3)</sup>は、同種類のセンサ情報の同期をとるために個々のセンサにおいて直前の数点での観測値に2次式をあてはめて推定値を外挿し、それをもちいて融合処理をする階層的な手法を提案している。しかし、この手法では種類の異なる複数のセンサを、それぞれの特性を生かして融合することはできない。

筆者らは、トレイグジスタンス・人工現実感での人間頭部の運動計測において上記の問題を解決するセンサ

\* 東京大学先端科学技術研究センター 東京都目黒区駒場 4-6-1

\* Research Center for Advanced Science and Technology, University of Tokyo, Meguro-ku, Tokyo  
(Received December 17, 1993)  
(Revised August 16, 1994)

フュージョンの手法を提案し、実データをオフライン処理することで、その性能を確認<sup>2)</sup>した。本論文は、この手法の一般化である SFMS (Sequential Fusion of Multi-Sensor) を提案し、それが定係数線形系に適用された場合フィルタとして安定であるための必要十分条件を求める。また、従来センサフュージョン・システムの評価では、推定値と真値との残差 2 乗和で調べるなど実験的なアプローチが大半である。本論文は、単位時間あたりにセンサ系がもたらす情報量 [bit/s] で、その性能を評価することも提案し、これをもちいて SFMS の性能を理論的に評価する。

以下、第 2 章で SFMS (Sequential Fusion of Multi-Sensor) のアルゴリズムを提案する。等価線形システム、等価カルマンフィルタの概念を導入し、SFMS が等価線形システムをもつことを証明する。これにより SFMS がフィルタとして安定なための条件は、等価線形システムが可到達かつ可検出であることがわかる。第 3 章では、推定誤差共分散行列の収束解から、SFMS フィルタの性能を理論的に求める方法を提案し、具体例を挙げて数値的に検証する。

## 2. Sequential Fusion of Multi-Sensor

### 2.1 観測モデル

計測システムが、 $n$  個のセンサからなるとする。各センサのサンプリング周波数を

$$f_1, \dots, f_n \quad (f_1 \leq \dots \leq f_n) \quad (1)$$

とする。このとき自然数  $n_j$  をもちいて

$$f_n = n_j f_j \quad (1 \leq j \leq n-1) \quad (2)$$

を満たすように、各センサのサンプリング周波数が設定できることを前提とする。

Fig. 1 に  $n=3$  の例を挙げる。 $t: 0 \sim 5$  は一つのシーケンスを構成する。各瞬間瞬間でのセンサの組合せを、以後観測パターンと呼ぶことにする。重複を無視した場合、一つのシーケンスは六つの観測パターンからなる。一般にはセンサ数と観測パターン数は一致しない。

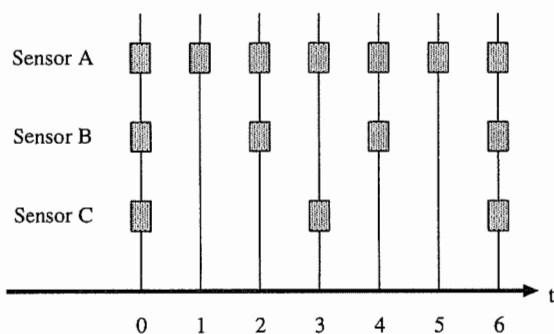


Fig. 1 Time chart of sensor A, B, and C

### 2.2 アルゴリズム

計測対象の系が、状態方程式

$$x_{t+1} = Fx_t + Gw_t \quad (3)$$

で記述されるとする。ただし、 $F$  は  $n \times n$  の正則な行列であり、 $x_t$  を時刻  $t$  での  $n$  次元内部状態ベクトル、 $w_t$  をガウス性白色雑音ベクトルとし、

$$E[w_t w_s^T] = Q\delta_{ts} \quad (4)$$

が成立しているとする。

このとき  $k$  個の観測パターンに対応して、 $k$  本の観測方程式

$$\begin{aligned} y_t^1 &= H_1 x_t + v_t^1 \\ &\vdots \\ y_t^k &= H_k x_t + v_t^k \end{aligned} \quad (5)$$

がたつ。ただし  $1 \leq j \leq k$  で、 $y_t^j$  を時刻  $t$  での観測パターン  $H_j$  による観測ベクトル、 $v_t^j$  をガウス性白色雑音ベクトルとし、

$$E[v_t^i v_s^j T] = R_j \delta_{ts} \quad (6)$$

が成立しているとする。時刻  $t$  において  $i$  番目

$$i = t \bmod k + 1 \quad (7)$$

の観測パターン  $H_i$  からなる観測方程式を適用するものとする。

$$(H_1 \quad \dots \quad H_k) \quad (8)$$

が、一つの観測シーケンスをなす。

このシステムについて、

$$\hat{x}_{t+1/t} = F\hat{x}_t \quad (9)$$

$$\hat{x}_{t/t} = \hat{x}_{t/t-1} + K_t^i [y_t - H_i \hat{x}_{t/t-1}] \quad (10)$$

$$K_t^i = P_{t/t-1} H_i^T [H_i P_{t/t-1} H_i^T + R_i]^{-1} \quad (11)$$

$$P_{t+1/t} = F P_{t/t} F^T + G Q G^T \quad (12)$$

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_t^i H_i P_{t/t-1} \quad (13)$$

$$\hat{x}_{0/-1} = \bar{x}_0 \quad (14)$$

$$P_{0/-1} = \Sigma_0 \text{ (非負定値)} \quad (15)$$

に従い、随時  $\hat{x}_{t/t}$  を求める。これが SFMS のアルゴリズムである。

時刻  $t$  での内部状態  $x_t$  の予測値  $\hat{x}_{t+1/t}$  の推定誤差共分散行列  $P_{t+1/t}$  および、時刻  $t$  における観測パターン  $H_i$  の観測誤差共分散  $R_i$  を既知とする。このとき (10), (11) 式では、観測パターン  $H_i$  によるセンサ情報  $y_t^i$  に基づいて、 $\hat{x}_{t+1/t+1}$  の最尤推定値を計算している。すなわちこのアルゴリズムは各瞬間瞬間で得られるセンサからの情報を最大限に利用して内部状態  $x_t$  を推定するものである。観測パターンが単一であれば、このアルゴリズムはカルマンフィルタと同一になる。

このアルゴリズムによる複数センサの融合では、各センサの時間遅れは  $H_i$  で吸収可能であり、各センサの精度の違いは観測方程式中の観測誤差で考慮可能である。複数の観測方程式をたてることにより、どのセンサをど

のタイミングで用いるかが設定可能なため、状態推定レートはサンプリングレートの最も低いセンサでなく最も高いセンサにより決定される。

しかし、SFMSがフィルタとして安定であり、推定誤差が発散しないための必要十分条件が明確にされなければならない。

### 2.3 準備

カルマンフィルタのフィルタとしての安定性の議論は、その推定誤差共分散行列に関する漸化式の議論に帰着される<sup>6)</sup>。したがって、まずSFMSでの推定誤差共分散行列が従う漸化式を求める。つぎに、この漸化式の収束性を確かめるために、等価カルマンフィルタの概念を新たに導入する。

#### 2.3.1 SFMSでの推定誤差共分散行列

推定誤差共分散行列の漸化式を正準形で書き表わすこと<sup>5)</sup>を考える。

$$W = GQG^T \quad (16)$$

$$V_i = H_i^T R_i^{-1} H_i \quad (17)$$

とおく。Q, R<sub>i</sub>は非負定値実対称行列なので、W, V<sub>i</sub>も非負定値実対称行列である。これを用いると、一つの観測パターンH<sub>i</sub>に対して2n×2n行列

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} F^{-T} & F^{-T}V_i \\ WF^{-T} & F + WF^{-T}V_i \end{bmatrix} \quad (18)$$

が対応する。k個の順序の固定された観測パターンからなる観測シーケンス $\Phi = \Phi_k \cdots \Phi_1$ を経たあとの推定誤差の共分散行列は、 $P_t \equiv P_{t+1|t}$ として、 $P_t = Y_t X_t^{-1}$ で表わされる

$$\begin{bmatrix} X_{t+1} \\ Y_{t+1} \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$P_{t+k} = Y_{t+k} X_{t+k}^{-1} \quad (20)$$

で表わされる。

#### 2.3.2 等価線形システム

Definition 1 (19), (20)式をリカッチ方程式としてもつようなカルマンフィルタを、“SFMSの等価カルマンフィルタ”，推定している線形システムを、“SFMSの等価線形システム”と定義する。

$x'$ を状態ベクトル、 $y'$ を観測ベクトル、 $w'_i, v'_i$ をガウス性白色雑音とすると、SFMSの等価線形システムは、 $\mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{R}, \mathcal{Q}$ をもちいて、

$$x'_{i+k} = \mathcal{F} x'_i + \mathcal{G} w'_i \quad (21)$$

$$y'_i = \mathcal{H} x'_i + v'_i \quad (22)$$

$$\mathcal{Q} = E[w'_i w'^T_i] \quad (23)$$

$$\mathcal{R} = E[v'_i v'^T_i] \quad (24)$$

と表わされる。 $\mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{R}, \mathcal{Q}$ は $\Phi$ を四つの $n \times n$ 行列で

$$\Phi = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (25)$$

と区分するとき、各区分行列を用いて、

$$\mathcal{F} = A^{-T} \quad (26)$$

$$\mathcal{H}^T \mathcal{R}^{-1} \mathcal{H} = A^{-1} B \quad (27)$$

$$\mathcal{G} \mathcal{Q} \mathcal{G}^T = CA^{-1} \quad (28)$$

とかける。これ以降、SFMSの等価線形システムを単に“等価線形システム”と略す。

$\mathcal{R}, \mathcal{Q}$ は等価線形システムでのノイズの共分散行列なので、正定値実対称行列でなければならない。 $\mathcal{F}$ が存在するために、Aは正則でなければならない。 $\mathcal{G}, \mathcal{H}$ には特に制約はない。したがって等価線形システムの存在を証明するには、 $A^{-1}B, CA^{-1}$ について、以上の条件を満たす $\mathcal{H}, \mathcal{R}, \mathcal{G}, \mathcal{Q}$ の存在を示す必要がある。

#### 2.4 等価線形システムの存在

これより、 $\mathcal{H}, \mathcal{R}, \mathcal{G}, \mathcal{Q}$ の存在を示す。 $\bar{\Phi} \equiv \Phi_{k-1} \cdots \Phi_1$ とおくと、 $\Phi = \Phi_k \bar{\Phi}$ とおける。 $\bar{\Phi}$ について等価線形システムの存在を仮定して、 $\Phi$ での等価線形システムの存在を証明する。そうすれば帰納法により任意のkについて等価カルマンフィルタの存在がいえる。

$\mathcal{G} \mathcal{Q} \mathcal{G}^T, \mathcal{H}^T \mathcal{R} \mathcal{H}$ は非負定値実対称行列でなければならない。まず、Aが正則であることを示す。つぎに $CA^{-1}, A^{-1}B$ が実対称行列であることを、非負定値であることを示す。そして、 $\mathcal{Q}, \mathcal{R}$ が正定値実対称行列になるような $\mathcal{G}, \mathcal{H}$ が存在することを示す。

##### 2.4.1 Aの正則性

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} F^{-T} & F^{-T}V_k \\ WF^{-T} & F + WF^{-T}V_k \end{bmatrix} \quad (29)$$

とおく。また、 $\bar{\Phi}$ は等価線形システムをもつと仮定している

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{F}^{-T} & \bar{F}^{-T}\bar{V} \\ \bar{W}\bar{F}^{-T} & \bar{F} + \bar{W}\bar{F}^{-T}\bar{V} \end{bmatrix} \quad (30)$$

とかける。このとき、 $\bar{W}, \bar{V}$ は非負定値実対称行列である。

$$\Phi = \Phi_k \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} F^{-T}\bar{F}^{-T} + F^{-T}V_k\bar{W}\bar{F}^{-T} \\ WF^{-T}\bar{F}^{-T} + (F + WF^{-T}V_k)\bar{W}\bar{F}^{-T} \\ F^{-T}\bar{F}^{-T}\bar{V} + F^{-T}V_k(\bar{F} + \bar{W}\bar{F}^{-T}\bar{V}) \\ WF^{-T}\bar{F}^{-T}\bar{V} + (F + WF^{-T}V_k)(\bar{F} + \bar{W}\bar{F}^{-T}\bar{V}) \end{bmatrix} \quad (31)$$

なので、

$$A = F^{-T}\bar{F}^{-T} + F^{-T}V_k\bar{W}\bar{F}^{-T} \quad (32)$$

$$= F^{-T}(I + V_k\bar{W})\bar{F}^{-T} \quad (33)$$

である。 $\bar{\Phi}$ は等価線形システムをもつので、 $\bar{F}^{-1}$ は正則である。 $F^{-1}$ も仮定より正則である。また、 $V_k, \bar{W}$ は非負定値なので、 $(I + V_k\bar{W})$ は逆行列をもつ。したがってAは正則で、 $A^{-1}$ は存在する。

2.4.2  $CA^{-1}, A^{-1}B$  の実対称性

一般に  $K(n \times n), L(n \times m), M(m \times n)$  行列について、 $\det(K) \neq 0$  のとき、  
 $(K+LM)^{-1}$

$$= K^{-1} - K^{-1}L(I+MK^{-1}L)^{-1}MK^{-1} \quad (34)$$

が成立する。これを用いて、

$$A^{-1} \quad (35)$$

$$= \tilde{F}^T F^T - \tilde{F}^T V_k (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T \quad (36)$$

したがって、

$$\begin{aligned} CA^{-1} &= (WF^{-T} \tilde{F}^{-T} + WF^{-T} V_k \tilde{W} \tilde{F}^{-T} + F \tilde{W} \tilde{F}^{-T}) \\ &\quad \times (\tilde{F}^T F^T - \tilde{F}^T V_k (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T) \\ &= W + F \tilde{W} F^T + WF^{-T} V_k \tilde{W} F^T \\ &\quad - F \tilde{W} V_k (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T \\ &\quad - WF^{-T} V_k (I + \tilde{W} V_k) (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T \\ &= W + F \tilde{W} F^T - F (I + \tilde{W} V_k) (I \\ &\quad + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T \\ &\quad + F (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T \\ &= W + F (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T \end{aligned} \quad (37)$$

ここで、 $W, \tilde{W}, V_k$  は実対称行列である。 $(I + \tilde{W} V_k)^{-1}$  に (34) 式を適用して

$$\begin{aligned} CA^{-1} &= W + F (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T \\ &= W + F (I - \tilde{W} (I + V_k \tilde{W})^{-1} V_k) \tilde{W} F^T \\ &= W + F \tilde{W} F^T - F \tilde{W} (I + V_k \tilde{W})^{-1} (I + V_k \tilde{W}) F^T \\ &\quad + F \tilde{W} (I + V_k \tilde{W})^{-1} F^T \\ &= W + F \tilde{W} (I + V_k \tilde{W})^{-1} F^T \end{aligned} \quad (38)$$

$$= (W + F (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{W} F^T)^T \quad (39)$$

(37), (39) を比較すると、 $CA^{-1}$  は実対称行列である。

同様に計算を進めると、

$$A^{-1}B = \tilde{V} + \tilde{F}^T V_k (I + \tilde{W} V_k)^{-1} \tilde{F} \quad (40)$$

となり、 $A^{-1}B$  も実対称行列であることが示せる。

2.4.3  $CA^{-1}, A^{-1}B$  の非負定値性

仮定より、 $V_k, \tilde{V}, W, \tilde{W}$  は非負定値の対称行列である。 $CA^{-1}$  の第2項  $F \tilde{W} (I + V_k \tilde{W})^{-1} F^T$  について、 $\tilde{W} (I + V_k \tilde{W})$  の固有値  $\lambda$  を考える。固有方程式は、

$$\tilde{W} (I + V_k \tilde{W})^{-1} x = \lambda x \quad (41)$$

$y = (I + V_k \tilde{W})^{-1} x$  として、

$$\tilde{W} y = \lambda (I + V_k \tilde{W}) y \quad (42)$$

$y^T \tilde{W}^T$  を左からかけて

$$\begin{aligned} \lambda y^T \tilde{W}^T (I + V_k \tilde{W}) y &= \lambda (y^T \tilde{W}^T y + y^T \tilde{W}^T V_k \tilde{W} y) \\ &= y^T \tilde{W}^T \tilde{W} y \end{aligned} \quad (43)$$

$$\geq 0 \quad (44)$$

ゆえに  $\lambda \geq 0$  であり、 $CA^{-1}$  は非負定値である。

同様に、 $A^{-1}B$  の非負定値性も示せる。

2.4.4  $\mathcal{G}, \mathcal{Q}, \mathcal{H}, \mathcal{R}$  の存在

$H$  を  $n \times n$  の実対称行列とする。 $X$  の固有値を  $\lambda_i(X)$

で表わす。 $\lambda_i(X) \geq 0$  ならば、正規直交変換  $U$  を用いて、

$$XU = U \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (45)$$

とかける。(ただし、 $\lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n$  とする。)ここで、 $\lambda_i > 0$  に対応する固有ベクトルが  $m$  本 ( $m \leq n$ ) あるとして、これからなる行列を  $\bar{U}$  とする。

$$X\bar{U} = \bar{U} \begin{bmatrix} \lambda_{n-m} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\bar{U}^T \bar{U} = I_m \quad (47)$$

より

$$X = \bar{U} \begin{bmatrix} \lambda_{n-m} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \bar{U}^T \quad (48)$$

と変形できる。いま、 $CA^{-1}, A^{-1}B$  は非負定値実対称行列なので、上の関係を用いれば、 $\mathcal{H}, \mathcal{R}, \mathcal{G}, \mathcal{Q}$  は必ず存在する。

## 2.5 SFMS のフィルタとしての安定性

以上よりつぎのことが証明できた。

Theorem 1  $F$  が正則ならば、SFMS は等価線形システムをもつ。

ここで、(21), (22), (23), (24) 式で表わされる線形システムと

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{t+k} &= \mathcal{F} (\mathcal{P}_t - \mathcal{P}_t \mathcal{H}^T [\mathcal{H} \mathcal{P}_t \mathcal{H}^T + \mathcal{R}]^{-1} \mathcal{H} \mathcal{P}_t) \mathcal{F}^T \\ &\quad + \mathcal{G} \mathcal{Q} \mathcal{G}^T \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \mathcal{F} (\mathcal{P} - \mathcal{P} \mathcal{H}^T [\mathcal{H} \mathcal{P} \mathcal{H}^T + \mathcal{R}]^{-1} \mathcal{H} \mathcal{P}) \mathcal{F}^T \\ &\quad + \mathcal{G} \mathcal{Q} \mathcal{G}^T \end{aligned} \quad (50)$$

$$\mathcal{K} = \mathcal{P} \mathcal{H}^T [\mathcal{H} \mathcal{P} \mathcal{H}^T + \mathcal{R}]^{-1} \quad (51)$$

で表わされるリカッチ方程式、代数リカッチ方程式、カルマンゲインについて、以下の定理の成立が証明されている。

Theorem<sup>9)</sup>  $(\mathcal{F}, \mathcal{G})$  は可安定、 $(\mathcal{H}, \mathcal{F})$  は可検出とする。また  $\mathcal{P}$  を代数リカッチ方程式の一意的な非負定値解とする。このとき、任意の  $\mathcal{P}_0 \geq 0$  に対してリカッチ方程式の解  $\mathcal{P}_{nk}$  は  $\mathcal{P}$  に収束する。

Theorem<sup>9)</sup> 代数リカッチ方程式が非負定値という条件の下で一意的な解  $\mathcal{P}$  を有し、かつ  $\mathcal{F} (I - \mathcal{K} \mathcal{H})$  が漸近安定であれば、 $(\mathcal{F}, \mathcal{G})$  は可安定、 $(\mathcal{H}, \mathcal{F})$  は可検出となる。

したがって、これらと、Theorem 1 より、 $(\mathcal{F}, \mathcal{G})$  が可安定かつ  $(\mathcal{H}, \mathcal{F})$  が可検出であれば、サンプル点  $t = nk$  での推定値の安定性が保証される。

(11), (13) 式を (12) に代入し、

$$\begin{aligned} P_t &\equiv P_{t/t-1} \\ i &= t \bmod k + 1 \end{aligned}$$

を用いると,

$$P_{t+1} = F(P_t - P_t H_t^T [H_t P_t H_t^T + R_t]^{-1} H_t P_t) F^T + G Q G^T \quad (52)$$

である。サンプル点  $t = nk$  での安定性より,

$$n \rightarrow \infty, P_{nk} = P_{nk+k} \quad (53)$$

であり,  $P_{nk}$  は実正定値行列である。  $P_{nk}$  の実正定値性より

$$H_i P_t H_i^T + R_i \quad (54)$$

は実正定値なので,  $P_{nk+1}$  は実正定値行列となる。これを繰り返し適用し, 各サンプル点

$$t = nk + l \quad (0 < l < k) \quad (55)$$

で

$$H_i P_t H_i^T + R_i \quad (1 \leq i \leq k) \quad (56)$$

の実正定値性と,  $P_t$  の実正定値性が同様に示される。これと (53) 式より

$$n \rightarrow \infty, P_{nk+l} = P_{nk+k+l} \quad (0 \leq l < k-1) \quad (57)$$

は自明である。これより,

Theorem 2 つぎの  $k$  本の観測方程式を有する線形定常確率システム(ただし  $1 \leq i \leq k$  で,  $F$  は正則とする)に,

$$x_{t+1} = F x_t + G w_t \quad (58)$$

$$y_i = H_i x_t + v_i^i \quad (59)$$

$$E[w_t w_s^T] = Q \delta_{ts} \quad (60)$$

$$E[v_i^i v_s^{i^T}] = R_i \delta_{is} \quad (61)$$

SFMS を適用した場合, SFMS がフィルタとして安定であるための必要十分条件は, その等価線形システムについて,  $(\mathcal{F}, \mathcal{G})$  が可安定かつ  $(\mathcal{H}, \mathcal{F})$  が可検出が成立することである。ただし,

$$W = G Q G^T$$

$$V_i = H_i^T R_i^{-1} H_i$$

$$\Phi_i = \begin{pmatrix} F^{-T} & F^{-T} V_i \\ W F^{-T} & F + W F^{-T} V_i \end{pmatrix}$$

として,

$$\Phi \equiv \Phi_k \cdots \Phi_1$$

$$\Phi \equiv \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

で,  $\Phi$  を四つの区分行列で表わすとき, 等価パラメータと各区分行列の関係は

$$\mathcal{F} = A^{-T}$$

$$\mathcal{H}^T \mathcal{R}^{-1} \mathcal{H} = A^{-1} B$$

$$\mathcal{G} Q \mathcal{G}^T = C A^{-1}$$

で与えられる。

### 3. SFMS の性能評価

#### 3.1 相互情報量による性能評価

この節では, Shannon の導入した相互情報量を用い

て, SFMS の性能を理論的に評価する。ある物理量を測定すれば, それについての情報が得られる。この情報の量は, 未知の信号を入力, その信号の測定値を出力と考えたときの入出力間の相互情報量として与えられることが知られている。相互情報量は, 信号に関する測定前のあいまい度(条件付エントロピー)から測定後のあいまい度を引いたものとして定義される<sup>7)</sup>。

カルマンフィルタにおいて, 時刻  $t$  における観測

$$y_t = H_t x_t + v_t \quad (62)$$

のもたらす情報量(相互情報量)  $I_t$  [bit] は,

$$I_t = \frac{1}{2} \log_2 |P_{t|t-1} P_t^{-1}| \quad (63)$$

であたえられる<sup>7)</sup>。カルマンフィルタが 1 [s] 間に  $F$  回適用されるとすれば, このフィルタの単位時間あたりの相互情報量  $I$  は,  $F I_t$  [bit/sec] で与えられる。以下では線形カルマンフィルタの最終的な性能を考察するので,  $I_t$  の収束値について考える。これは  $P_{t|t}$  の収束値  $P$  を用いて,

$$I = F \frac{1}{2} \log_2 |(F P F^T + G Q G^T) P^{-1}| \quad (64)$$

とかける。

SFMS についても, ほぼ同様に計算を進めることができる。最終的な性能を  $P_{t|t}$  の収束値  $P$  から算出する。1 シーケンスが  $k$  個のパタンからなるとする(すなわち,  $\Phi = \Phi_k \cdots \Phi_1$ )。  ${}^0 P = P$  として,

$$M_i \equiv F^{i-1} P F^T + G Q G^T \quad (65)$$

$${}^i P \equiv M_i - M_i H_i^T [H_i M_i H_i^T + R_i]^{-1} \quad (66)$$

とする。このとき,  $P$  は収束解なので,  $P = {}^0 P = {}^k P$  であり, 1 シーケンスのもたらす情報量は,

$$\sum_{i=1}^k \frac{1}{2} \log_2 |M_i {}^i P^{-1}| \quad (67)$$

と求まる。したがって単位時間あたり  $F$  シーケンスの測定があるとして, 単位時間あたりの情報量  $I$  [bit] は,

$$I = F \sum_{i=1}^k \frac{1}{2} \log_2 |M_i {}^i P^{-1}| \quad (68)$$

である。

#### 3.2 数値例

上記で示した相互情報量による評価を実際にいくつかのフィルタに適用してみる。計算対象は, 人間頭部の回転運動<sup>8)</sup>を次元を落とすことで線形化した, 1 軸分の回転運動である。角度の計測は 0.1 [s] 遅れで観測誤差は 0.01 [rad], 角速度の計測は遅れ時間なしで観測誤差 0.1 [rad/s] である。プロセスノイズは

$$G_b \equiv \begin{bmatrix} 0.013 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

として以下の三つの場合で単位時間あたりの相互情報量  $I$  を求めた。なお, 収束値  $P$  の計算には  $\Phi$  のユニタリ分

解による方法<sup>5)</sup>を用いた。

数値例 1. カルマンフィルタの場合

角度のみ計測できる場合,  $dT=0.02$  [s](50 Hz),  $T=0.1$  [s] で,

$$F = \begin{bmatrix} 1 & dT \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = [1 \quad -T]$$

$$G = \sqrt{2} G_0$$

$$R = 0.01$$

として,  $I=5.9493$  [bit/s] である。

数値例 2. カルマンフィルタの場合

角度と角速度が計測できる場合,  $dT=0.02$  [s](50

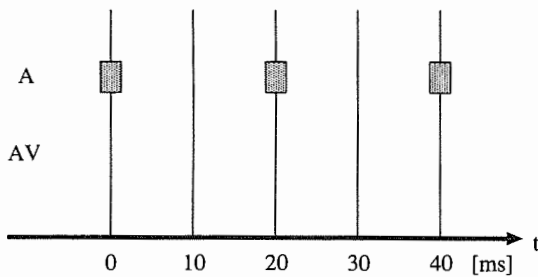


Fig. 2 Time chart of measurement of angle (50 Hz) and angular velocity (50 Hz). A and AV mean "Angle" and "Angura Velocity"

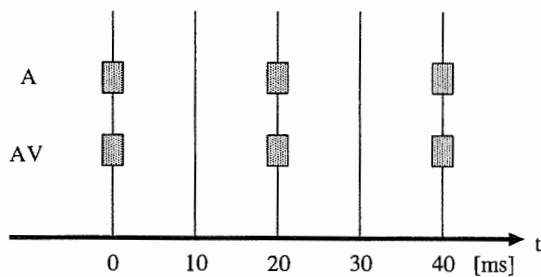


Fig. 3 Time chart of measurement of angle (50 Hz) and angular velocity (50 Hz). A and AV mean "Angle" and "Angura Velocity"

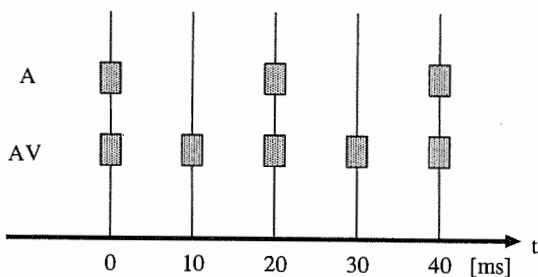


Fig. 4 Time chart measurement of angle (50 Hz) and angular velocity (100 Hz). A and AV mean "Angle" and "Angura Velocity"

Hz),  $T=0.1$  [s]

$$F = \begin{bmatrix} 1 & dT \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \sqrt{2} G_0$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

で,  $I=12.7651$  [bit/s] である。

数値例 3. SFMS 100 [Hz] の場合

$dT=0.01$  [s](50 Hz),  $T=0.1$  [s]

$$F = \begin{bmatrix} 1 & dT \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = [0 \quad 1]$$

$$G = G_0$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = 0.1$$

等価カルマンフィルタの各係数行列は,

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} 0.9962 & 0.0076 \\ -0.0273 & 0.9116 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}^T \mathcal{R}^{-1} \mathcal{H} = \begin{bmatrix} 99.9182 & -9.2651 \\ -9.2651 & 19.9500 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{G} \mathcal{Q} \mathcal{G}^T = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0.0026 \\ 0.0026 & 0.0191 \end{bmatrix}$$

と求まる。  $\mathcal{R}=I$ ,  $\mathcal{Q}=I$  を仮定して,  $\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{R}$  は,

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} 0.9959 & -0.9269 \\ 0.0 & 4.3693 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0.0186 & 0.1380 \\ 0.0 & 0.0051 \end{bmatrix}$$

これについて,

$$\text{rank} [\mathcal{G} \quad \mathcal{F} \mathcal{G}] = 2$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathcal{H} \\ \mathcal{H} \mathcal{F} \end{bmatrix} = 2$$

が成立する。ゆえに,  $(\mathcal{F}, \mathcal{G})$  は可制御で,  $(\mathcal{H}, \mathcal{F})$  は可観測であり, 誤差共分散行列  $P_t$  の収束解が存在する。

Table 1 Performance Table K1 denotes the example 1, K2 denotes the example 2, and S denotes the example 3 in the paper

	$I$ [bit/s]	Error[rad]
K1	5.9493	0.086
K2	12.7651	0.044
S	16.8927	0.035

これより,  $I=16.8927$  [bit/s] である.

また各数値例による角度成分の推定誤差を, Table 1 に挙げる. SFMS により, 単位時間あたりの相互情報量だけでなく, 推定誤差の角度成分も他手法と比較して減少していることが明白である.

以上より, SFMS によってセンサフュージョン処理することで, センサ系としての能力が向上すること, SFMS で複数の観測シーケンスが考えられるとき単位時間あたりの相互情報量を比較することで, より性能の高い SFMS の設計・選択が可能であることがわかる.

#### 4. 結 論

複数のセンサからの情報を瞬間瞬間でなく, 時々刻々融合する手法 SFMS を提案した. これにより全センサの情報を同期して得る必要がなくなり, センサシステムの推定レートを最低速のセンサに合せるという束縛を受けなくなる.

定係数 SFMS の場合, その推定誤差共分散行列は一定の条件下で収束することを証明した. また, マルチセンサ系の処理能力を測定によりもたらされる単位時間あたりの相互情報量で評価することを提案し, SFMS の場合それが理論的に求められることを示した. これを用いることで, より処理能力の高い複数センサの観測シーケンスを設計することが可能となる.

#### 参 考 文 献

- 1) 石川正俊: センサフュージョンの課題, 日本ロボット学会誌, 8-6, 95/102(1990)
- 2) 江村, 舘: センサフュージョンを用いた頭部運動計測法,

日本ロボット学会誌, 11-6, 161/164(1993)

- 3) H. R. Hashemipour, S. Roy and A. J. Laub: Decentralized Structures for Parallel Kalman Filtering, IEEE Trans., AC-33-1, 88/94(1988)
- 4) R. C. Luo and M.-H. Lin: Hierarchical Robot Multi-Sensor Data Fusion System, NATO ASI Series, Vol. F 58, Highly Redundant Sensing in Robotic Systems, Springer-Verlag, 67/86(1990)
- 5) D. R. Vaughan: A Nonrecursive Algebraic Solution for Discrete Riccati Equation, IEEE Trans., AC-15-5, 597/599(1970)
- 6) 片山徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店(1983)
- 7) 有本卓: 情報理論から見たシステムの同定と推定, 計測と制御, 9-4, 276/284(1970)

#### [著 者 紹 介]

##### 江 村 暁 (学生会員)



1994年, 東京大学大学院修士課程(計数工学専攻)修了, 同年同大学院博士課程入学, 現在に至る. 日本ロボット学会の会員.

##### 舘 暁 (正会員)



1973年, 東京大学工学系研究科博士課程修了. 同大学助手, 機械技術研究所主任研究官, 研究課長, 東京大学助教授を経て, 92年東京大学先端科学技術研究センター教授. バイスペクトルを用いる信号処理, 盲導犬ロボット, テレグジスタンスなどの研究を行う. SICE フェロー(工学博士).