

講 座

バイオメカニズム研究者のための  
 バイスペクトル分析の理論と応用(5)

館 暁\*

9. 単振動の和で表わせる信号の  
 バイスペクトルを求める一便法

9.1 概 説

単振動の和として表わせる信号のバイスペクトルを求めるには、3次相関関数を求め、そのフーリエ変換として計算するよりも、信号のフーリエ変換をまず求めてから、その三つ組の積として求めた方が計算が楽である。

しかも、計算手続をよくみれば、いちいちフーリエ変換を計算しなくとも、次に示す便法で簡単にその信号のバイスペクトルが求まることがわかる。この便法は、その信号の各周波数成分が sin とか cos の形で表わされる場合には特に簡単である。

この方法は、調和信号、2乗器や3乗器を通過した正弦波信号のバイスペクトルや、変調を受けた信号のバイスペクトルを目の子で求めるのに利用できよう。

9.2 一般の単振動の和

(i) バイスペクトルを求めたい信号を、いろいろな周波数の単振動の和の形に表わす。

$$x(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(2\pi f_n t - \varphi_n),$$

(A<sub>n</sub> > 0) …… (128)

(ii) f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, …… f<sub>N</sub> の内で、f<sub>k</sub> = f<sub>i</sub> + f<sub>j</sub> となっている周波数成分の三つ組をさがす (i = j でもよい)。

(iii) そのようなものがあれば、(f<sub>i</sub>, f<sub>j</sub>) の所にバイスペクトルのピークが存在する。

(iv) そのバイスペクトル密度の振幅項は、  
 $\frac{1}{8} A_i \cdot A_j \cdot A_k$  …… (129)  
 位相項は、

$$-\varphi_i - \varphi_j + \varphi_k \quad \dots\dots\dots (130)$$

となる。

バイスペクトルは複素数であるが、それを Re[b] + Im[b] と考えれば位相項は(130)式であるが、Re[b] - Im[b] としておけば φ<sub>i</sub> - φ<sub>j</sub> - φ<sub>k</sub> で求まる。

信号に直流分がある場合、つまり

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^N A_n \cos(2\pi f_n t - \varphi_n)$$

(A<sub>n</sub> > 0) …… (131)

の場合には、図12のような二つの周波数の平面の記述したバイスペクトル面の軸上に、通常のスペクトルを A<sub>0</sub> 倍したものが並ぶ。

特別の場合として、バイスペクトルを求めたい信号がいろいろな周波数の正弦とか余弦の形の振動の和で表わせる場合には、位相項の計算はさらに容易である。

信号を次の形であらわす。

$$x(t) = \sum_{n=1}^N A_n \begin{matrix} \pm \sin \\ \pm \cos \end{matrix} (2\pi f_n t) \quad \dots\dots (132)$$

(A<sub>n</sub> > 0)

ただし、 $\begin{matrix} \pm \sin \\ \pm \cos \end{matrix}$  の記号は、sin, -sin, cos, -cos のいずれか一つという意味であるとする。

f<sub>i</sub>, f<sub>j</sub>, f<sub>k</sub> の成分の形が表2のいずれかであるかにより、φ<sub>i</sub>, φ<sub>j</sub>, φ<sub>k</sub> の値を表から求める。それを使って

表2 便法のための表

第 i 項	φ <sub>i</sub>
cos	0
sin	$\frac{\pi}{2}$
cos	π
sin	$\frac{3}{2}\pi$

\* 機械技術研究所システム部

$-\varphi_i - \varphi_j + \varphi_k$  を計算する。

例)

$x = (1 + \sin w_0 t + \sin^2 w_0 t)^2$  のバイスペクトル

いろいろな周波数成分の単振動の和の形に整理する。

$$\begin{aligned} x(t) &= (1 + \sin w_0 t + \sin^2 w_0 t)^2 \\ &= \frac{1}{8} \cos 4 w_0 t - \frac{1}{2} \sin 3 w_0 t \\ &\quad - 2 \cos 2 w_0 t + \frac{7}{2} \sin w_0 t + \frac{23}{8} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (133)$$

直流分があるために  $f_2 = 0$  の軸にはスペクトルが並ぶ。つまり、 $(f_0, 0)$ ,  $(2f_0, 0)$ ,  $(3f_0, 0)$ ,  $(4f_0, 0)$  に信号スペクトルのピークが生じる。

バイスペクトルは、 $(f_0, f_0)$ ,  $(f_0, 2f_0)$ ,  $(f_0, 3f_0)$ ,  $(2f_0, 2f_0)$  に  $\delta$  関数のピークを生じる。

例えば  $(f_0, 2f_0)$  の点でのバイスペクトル密度の振幅項は、

$$\frac{1}{8} \times \frac{7}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{16}$$

位相項は、 $f_0$  の周波数の成分は  $\sin$  なので  $\varphi_{0,0} = \frac{\pi}{2}$ 、 $2f_0$  の周波数の成分は  $-\cos$  なので  $\varphi_{2,0} = \pi$ 、 $3f_0$  の周波数の成分は  $-\sin$  なので  $\varphi_{3,0} = \frac{3}{2}\pi$  つまり、

$$-\frac{\pi}{2} - \pi + \frac{3}{2}\pi = 0 \pmod{2\pi}$$

図14 に結果の表示例を示す。

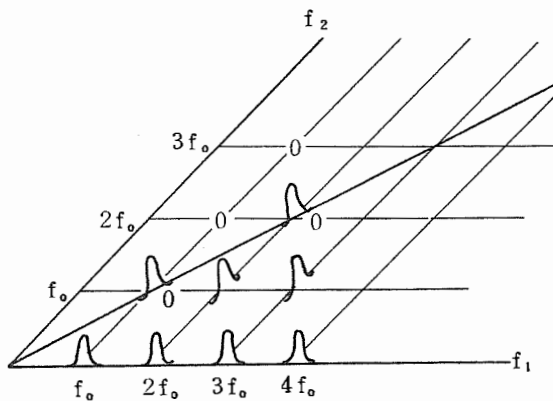


図14 例題のバイスペクトル

### 9.3 調和複合信号の場合

信号  $x(t)$  が調和複合音である場合、つまり

$$x(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos \{ 2\pi n f_0 (t-t') - \varphi_n \} \quad \dots\dots\dots (134)$$

である時にも、これは(128)式の特珠な場合であるので(i)~(iv)の手順でバイスペクトルが求まる。

特筆すべきは、調和複合信号に対しては、逆にバイスペクトルが与えられた時に、もとの信号を、信号全体の遅延量  $t'$  の不定性を除いて求めうることである。

振幅項は通常のパワースペクトルから求まり、位相項は次の漸化式から求まる。

$$\varphi_1 = 0 \quad \dots\dots (135)$$

$$-\varphi_k - \varphi_l + \varphi_{k+l} = \text{Phase}(Kf_0, lf_0)$$

ただし、 $\text{Phase}(\quad)$  はバイスペクトルの位相項を示す。

上式で位相を求める際には、初期値  $\varphi_1$  の値を任意に定めることができる。これは、調和複合信号の性質によっているわけで、(134)式で  $t'$  を適当にとっても、バイスペクトルの値が変わらないという事と等価である。

実際  $t' = t'' + t'''$  とおいて  $\varphi_1$  の値を任意の値  $\theta$  にする事ができる。

$$x(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos \{ 2\pi n f_0 (t-t'') - (\varphi_n + 2\pi n f_0 t''') \} \quad \dots\dots\dots (136)$$

$$\theta = \varphi_1 + 2\pi f_0 t'''$$

となるような  $t$  を使って  $t' = t'' + t'''$  とおけばよい。

この事は、調和複合信号のバイスペクトルは信号の成分相互の振動関係と位相関係とのみによって、信号全体の遅延によるずれには影響されないと解釈する事もできる。

例として図15 にバイスペクトルの位相項が0になるような三つの調和成分の関係を示してある。

$$\begin{aligned} x(t) &= A_1 \cos \{ 2\pi \cdot f_0 (t-t') \} \\ &\quad + A_2 \cos \{ 2\pi \cdot 2f_0 (t-t') \} \\ &\quad + A_3 \cos \{ 2\pi \cdot 3f_0 (t-t') \} \dots (137) \end{aligned}$$

$x(t)$ で  $t = t'$ である断面(イ)でとらえれば、信号の各周波数成分は  $\cos$ ,  $\cos$ ,  $\cos$ であり、 $f_0$ ,  $2f_0$ ,  $3f_0$ により生じるバイスペクトルの位相項は、 $-0 - 0 + 0 \equiv 0 \pmod{2\pi}$ 。断面(ロ)でとらえれば、 $-\sin$ ,  $-\cos$ ,  $\sin$ で  $-\frac{3}{2}\pi - \pi + \frac{\pi}{2} = -2\pi \equiv 0 \pmod{2\pi}$ 。

断面(ハ)、(ニ)でも同様にしてすべて0になっている。

$f_0$ ,  $f_0$ ,  $2f_0$ によるバイスペクトルの位相項も同じようにして調べればどの断面でも同一の値となっている。

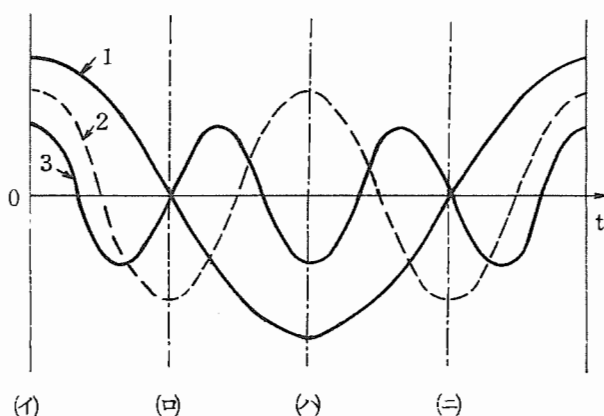


図15 各断面におけるバイスペクトルの位相項は同一の値を示す。

## 10. バイスペクトル分析の応用

### 10.1 概 説

応用例のもっとも古いものの一つに Hasselmann ら<sup>15)</sup>による浅海波のバイスペクトル分析がある。海の波の高さをある地点で観測した信号は近似的にガウス性信号と考えられるが、海岸に打ち寄せたり波頭が砕ける時にはガウス性からはずれてくる。つまり波形は不規則のなかにも特徴的な形を持つ。それに伴ってバイスペクトルも0でない値を持つわけで、実際、彼らは海底での圧力変動の記録からバイスペクトルを求めており、これが波の伝搬式から理論的に求まるバイスペクトルと一致することを確かめている。なお、

理論的なバイスペクトルは、波の伝搬式が非線形であるため、速度ポテンシャルが互いに独立な成分の和と、それらの積の項の和で展開されるものとして求めており、このことは信号をガウス性成分とそれらの結合成分とに展開することに対応している。また永田は、<sup>16)</sup>海洋の温度の鉛直分布のバイスペクトル分析から、水温が深さとともに急激に低くなる温度躍層間の関連性や構造を明らかにしようとする試みを報告している。

このような構造などを推定する他の例としては、たとえば、電磁波を周期的または不規則に位相あるいは振幅変調する電離層の構造推定がある。<sup>17)</sup>これは、入射波がガウス性信号であるとき、バイスペクトルを用い変調が非線形なものかどうかを知り、さらに変調がわずかに非線形であるときには電離層の構造に関する情報を得ようとするものである。他の、このような分野への応用例としては太陽の黒点の周期に関する Brillinger らの仕事<sup>10)</sup>がある。

上記のような地球物理学や天文気象の分野のみでなく、システム工学や医用電子と生体工学の分野でもバイスペクトル分析が利用されている。一般的な話題として未知の系の動特性の測定へも利用が試みられている。線形系の動特性を推定する場合、系への入力信号を雑音なしに観測できればパワースペクトルとクロススペクトルから系の動特性が推定できるが、観測雑音が存在したりフィードバックが系にかかっている閉ループ内の系の特性は推定できない。Akaike、<sup>18)</sup> Parzen<sup>19)</sup>は、mixed spectrum というバイスペクトルと等価のものを考え、入力信号の3次相関関数が0とならない場合について、系の特性を推定する方法を示している。また Akaike<sup>18)</sup>は同様な手法により閉ループ内の系の特性を測定し得ることを示している。

上記の方法はクロスバイスペクトルを利用しており、入出力信号の同時記録を必要とする。線形系への入力信号が雑音に埋れた調和複合信号であるときには、バイスペクトルを用いると同時記録せずに系の位相項のうちの輸送遅れによる影響を除いた周波数成分間の分散を推定できることと、その分析の動脈脈

波解析への応用が報告されている。<sup>20)</sup> 脈波を2ヶ所で同時に記録しなくてもよいので、最良の記録状態を別々に作ることができ測定が簡単になり、素子のバラツキも考えなくてよい。

非線形系に応用した例としては文献〔21〕〔22〕があるが、非線形系のごく特殊な場合の解決であり、今後のこの方面の仕事の進展がまたれる。なお社会システムへの応用例としては文献〔23〕がある。

さらに、バイスペクトル分析は、雑音に埋れた周波信号の分離にも利用できる。人は騒音の中でも必要な話し声や音を選び出して聞くことができ、また、まわりの人の話し声の中でも特定の人の話を聞きとることができる。このカクテルパーティ効果と呼ばれる耳の機能の一部をバイスペクトル解析を用いて機械系でまねてみた報告がある。<sup>24)</sup> 音に関連した分野として音声のバイスペクトル分析で母音発声の個人差を数量化する試みもなされている。<sup>25)</sup>

最後に機械工学の分野では、旋盤で旋削した綱の丸棒の表面あらさ曲線をバイスペクトル分析し、その結果が波形の特徴をとらえていることを報告した例<sup>26)</sup>や、自動車の車輪のスピンダル部付近の加速波形とシミュレーション波形のくせのはあくにバイスペクトル解析を用いている報告<sup>27)</sup>や、機械雑音のバイスペクトル解析による異常検出がある。<sup>28)</sup> 最後のものは、機械雑音は周期的傾向が強く、0でないバイスペクトルを持つと考えられることに着目して、周囲の正規性雑音の影響を受けずに機械系の異状を敏感に検出しようとする試みである。

次の節では、種々の応用のうち特に人の脳波をバイスペクトルを用いて解析する話題について多少詳しく紹介する。

## 10.2 脳波のバイスペクトル分析

1920年代にドイツの精神科医 Hans Berger によって研究された人の頭皮上電位変動、いわゆる脳波<sup>29)</sup>は、発表当時は氏の祖国ドイツにおいて全く無視されていたが、1934年にノーベル賞受賞者である英国の生んだ偉大な生理学者 Adrian 卿らが追試<sup>30)</sup>し

て事実を確認した後認められ以後多くの研究がなされてきた。正常、異常の脳波の記録が医学者、生理学者によって記述され分類される一方、電子工学の発展と相俟って種々の工学的な分析が脳波について行われている。パクスベクトル分析はその典型的な例であるが、それは脳波の波形に関しては完全な情報を与えていないという欠点がある。診断の側から蓄積されたデータはペン書きオシログラフ上の記録波形のパターン分類という形で行われており、この二つの方向にはまだ大きな開きがある。

ここでは、バイスペクトル分析が脳波の平均的な波形のパターンの違いを記述したり、さらにはペン書きの記録を目で見るのでは見逃されそうな波形の違い等を調べる手段として利用できることを示そう。

さて、覚醒、閉眼安静時の後頭部より導出される約9~11Hzの規則的な波は $\alpha$ 波として知られる。この $\alpha$ 波は完全な正弦波状ではなく歪んだ形をしている(図16)。その形は一つずつは一見不規則に見えるが全体としてみると下に尖っていると上に尖っているとかいう一定の型を持つように見える。はたして一定した形があるのであろうか。バイスペクトル分析は、このような問題に答えることができる。 $\alpha$ 波がある定まった形を持つということは、 $\alpha$ 波の形を形成している成分に約10Hzの $\alpha$ 帯域の成分<sup>註4)</sup>があつて、その高調波成分が約20Hz、さらには約30Hzの $\beta$ 帯域に存在して、その $\alpha$ 成分と $\beta$ 成分との間に平均して、ある一定の振幅関係及び位相関係が存在するということである。バイスペクトルは、調和関係にある周波数成分間に一定の位相関係が存在する時に、例えば8.4で調べたようにピークをなす。そのピークがランダムな成分0からのバラツキに対して有意であれば、そこでの固定した位相関係がいえ、さらにピークの大きさからパワースペクトルを併用することにより振幅関係が推定される。

Dumermuthらは、<sup>31)</sup> $\alpha$ 波中に $\beta_1$ 成分や $\beta_2$ 成分が特に顕著にみられる双生児の小児の特殊な2例について、双極導出<sup>註5)</sup>した脳

波をバイスペクトルを用いて調べ、 $\alpha$ 成分と $\beta_1$ 成分、 $\beta_2$ 成分間の phase-lock を報告している。

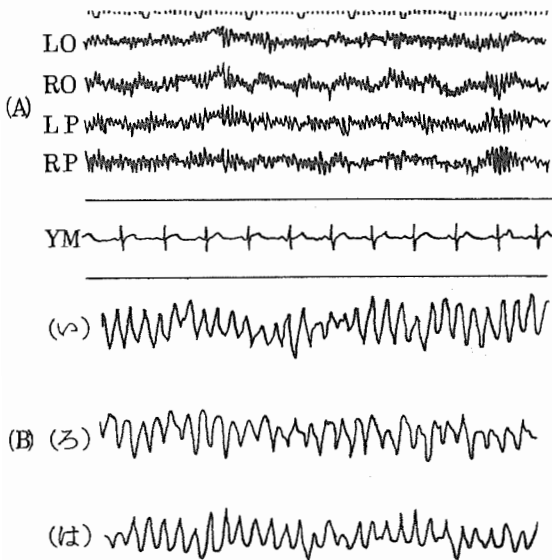


図16 (A) 左後頭部(LO)、右後頭部(RO)、左頭頂部(LP)、右頭頂部(RP)から単極導出した $\alpha$ 波波形。クロックは大きいきざみが1秒を表わす。下の波形は参考のためにとってある心電図波形である。(B)  $\alpha$ 波波形のかたち、全体としてみると(ろ)は下方へ、(は)は上方へ尖った形をしているように見える。

10.2.1 正常な $\alpha$ 波のバイスペクトル解析

著者ら<sup>32)</sup>は、正常成人26名について後頭部より単極導出<sup>註6)</sup>した脳波のうち、 $\alpha$ 活動を示す部分をバイスペクトル分析した。分析は連続する8秒間につき 6.3.1の(3)の方法で行った。

その結果、著者は $\alpha$ 活動を示す部分では、統計的に有意なピークが $f_1 \approx 10\text{Hz}$ 、 $f_2 \approx 10\text{Hz}$ 、 $(f_1 + f_2 \approx 20\text{Hz})$ の所に認められた。図17に、バイスペクトルの振幅項の立体模型を示す。この例では $f_1 = 11\text{Hz}$ 、 $f_2 = 11\text{Hz}$ の所にピークが生じているのがわかる。

図18は別の被験者の左右の後頭部の対称部位から導出した脳派のバイスペクトルの $f_1$

$= 10\text{Hz}$ での断面図である。 $f_2 = 10\text{Hz}$ のところピークを持っていることがわかる。バイコヒーレンスは左で0.74、右は0.71と共に有意なピークである。位相項は左が $-60$ 度、右が $-70$ 度で、ピークの大きさや、ピーク付近での位相項の形が左右の対称部位でよく似ている。

図19は、1被験者の1回の記録約30分のうち、 $\alpha$ 活動の顕著な部分10箇所のデータを使い $\alpha$ 成分と $\beta$ 成分相互の位相を調べた例である。各小円が連続する8秒間のデータを使って分析した $f_1 = 11\text{Hz}$ 、 $f_2 = 11\text{Hz}$ のピークの位相項で、左右とも $-30$ 度付近にかたまっている。太線がデータの信頼区間で矢印が平均値を示す。左右の分散に差があるかをF検定すると、 $F_0 = 1.263 < F(9, 9, 0.05) = 5.35$ であり等分散の仮説はすてられず、左右の平均値の差をt検定すれば $t_0 = 0.544 < t(18, 0.05) = 2.101$ となり左

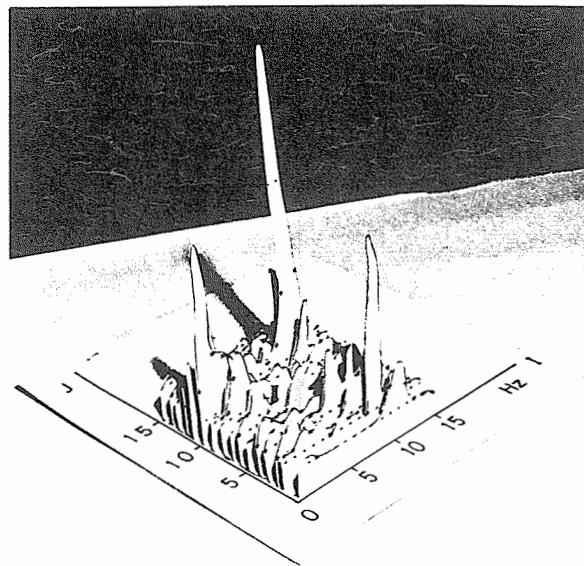


図17 脳波のバイスペクトルの立体模型。軸上にI, Jとあるのがそれぞれ周波数 $f_1, f_2$ にあたる。模型は振幅項のみを表示している。 $f_1 = 11\text{Hz}$ 、 $f_2 = 11\text{Hz}$ の所に鋭いピークが見られるが、これが11Hzの $\alpha$ 成分と22Hz( $f_1 + f_2$ )の $\beta$ 成分との強い従属関係を表わしている。

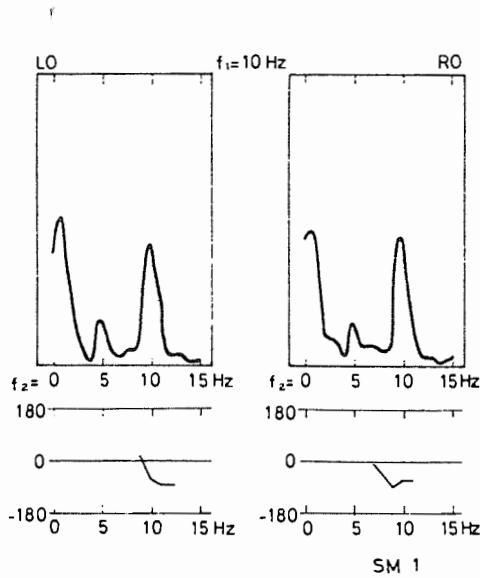


図18 脳波のバイスペクトルの  $f_1=10\text{Hz}$  での断面図。 $f_2=10\text{Hz}$ にあるピークは統計的に有意で、その位相項は左右で極めてよく似ている。

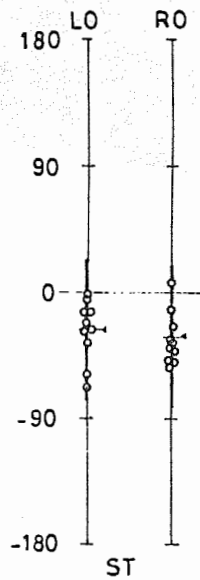


図19 1被験者の約30分間の記録。○印が記録中 $\alpha$ 波の顕著な部分8秒間の分析結果で—印が平均値である。統計的にみて平均値には左右差がない。

右の平均値に差があるとはいえない。従って図18等の結果とあわせて考えると、後頭部の左右の対称部位から単極導出した脳波波形は、左右対称であるといえる。

### 10.2.2 開眼・閉眼に伴う変化の分析

$\alpha$ 波は開眼により抑制され、周波数の高い $\beta$ 帯域の波に置きかえられる。そして開眼から再び閉眼に移ると $\alpha$ 波が現われる。開眼時8秒間と、それに続く閉眼時8秒間を各1秒の小区間に分け分析し、同一の条件下で得た7回の結果を集合平均してバイスペクトルを推定し(6.3.1の(2)の方法)、 $\alpha$ 成分と $\beta$ 成分の位相関係の目の開閉に伴う変化を経時的に観測した。<sup>33)</sup> 開眼時には $\alpha$ 抑制が強くおこりバイスペクトルは顕著なピークを持たない。開眼から閉眼に移ると図20の如くピーク周波数が位相項を保ちながら通常の周波数よりも高まり(この例では約12Hz)、約2秒から3秒で通常の周波数に戻る。(この例では約11Hz)。その変化中 $\alpha$ 成分と $\beta$ 成分の位相関係はある範囲内に保たれている。

### 10.2.3 光刺激に対する変化の分析

$\alpha$ 波は光刺激によっても抑制あるいは減少させられる。しかし、人の光刺激に対する反応には個人差が多い。通常の閃光刺激に対しては、刺激開始時と停止時に抑制され、その他の場合には $\alpha$ 波が出現する。目の開閉と同様に閉眼覚醒安静時に後頭部より単極導出した脳波を光刺激時とその直後を対象として1秒ごとの小区間に分け同一条件下のデータを8組利用してバイスペクトルを推定した。<sup>34)</sup>

図21では、11Hzの基礎律動を持つ被験者に10Hzの光刺激を与えている。(A)は光刺激開始時から1秒ごとの小区間での結果を左右の後頭部について示している。PH-10-0で幅が広がったバイスペクトルのピークは1秒から2秒後には平常に戻りその状態を保つ。その間ピークでの位相は0度付近を保っており、その変化は左右で同一である。

(B)に光刺激を止めてからの推移を示す。

AP-10-0で平坦化したピークは約2秒から3秒で平常に戻り、やはり位相項は左右で0度付近を保つ。光刺激では目の開閉で見ら

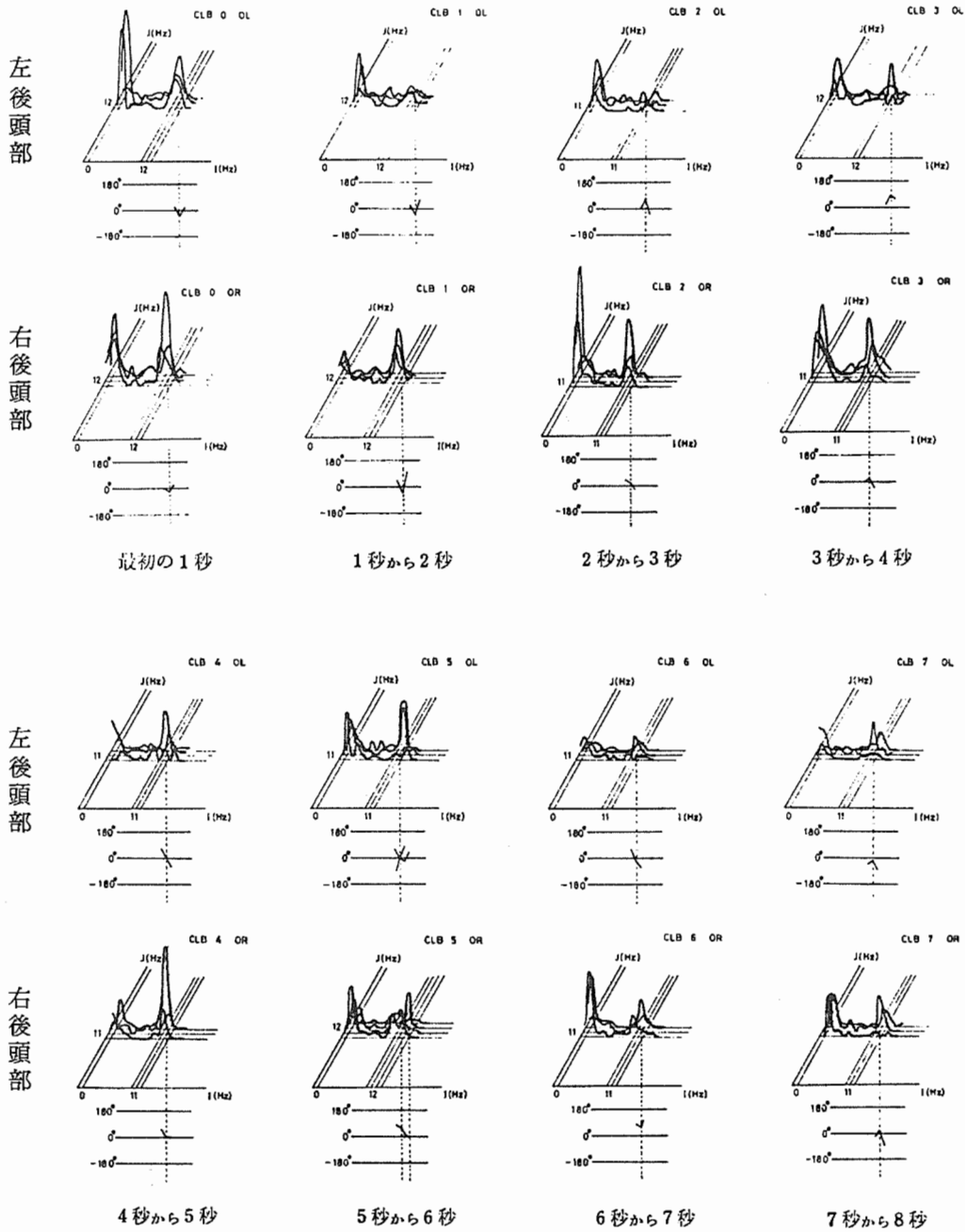


図20 閉眼動作にともなう $\alpha$ 波波形の推移。目を開いた状態から閉じた状態に移行した時点よりの8秒間を1秒ごとの小区間に分けてバイスペクトル分析した結果。位相項は $\alpha$ 波に関するピーク点についてのみ表示してある。閉眼に伴う周波数の変動がみられる。

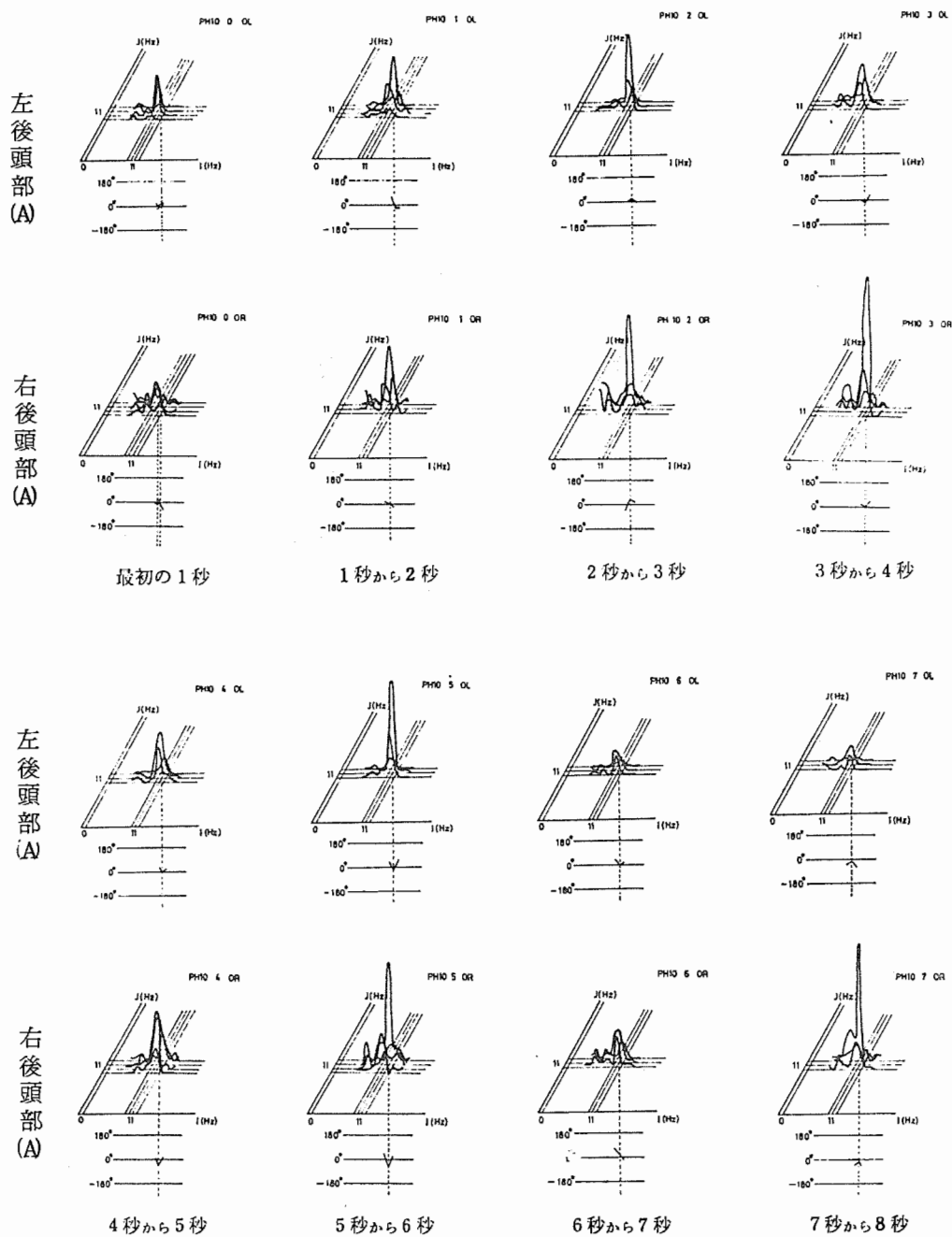


図21 (A) 光刺激開始時から8秒間を1秒ごとの小区間に分けてバイスペクトル分析した結果。



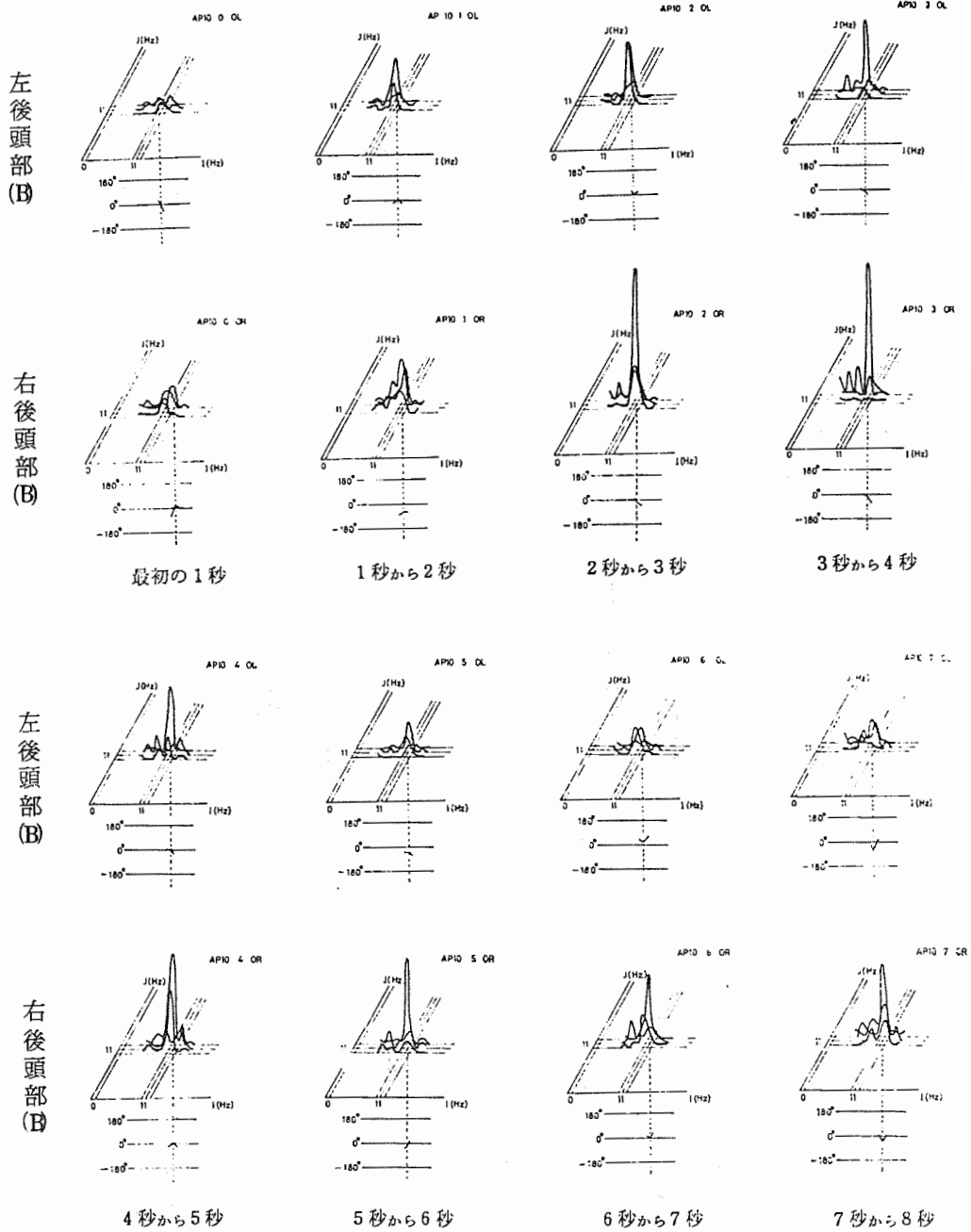


図 21 (B) 光刺激終了時から8秒間を1秒ごとの小区間に分けてバイスペクトル分析した結果。

れた周波数の移動は顕著には認められない。光刺激は条件が複雑であり、状態も $\alpha$ 抑制が顕著な場合、ほとんど認められない場合、driving が起こる場合と複雑である。

#### 10.2.4 光driving時の脳波の分析

光drivingを、被験者の後頭部より得た脳波を用いてパルス列で閃光刺激を与えフィードバックすることにより強制的に起こさせて、駆動された脳波波形のバイスペクトルを調べた。<sup>35)</sup> 光駆動の状態は人により様々で、 $\alpha$ 波が無刺激時に顕著な被験者では光刺激のフィードバックによりその $\alpha$ 波が連続する。そして2例では刺激停止後もその状態が約10秒から20秒持続した。その時のバイスベ

クトル(図22(A))は、基本周波数9Hzとその高調波18Hzの成分に関連したピークを持ち、広がりを見せてはいるが通常のバイスペクトル(図22(B))とほぼ同一の値を示した。

$\alpha$ 波があまり顕著に認められない被験者については帰還刺激により $\alpha$ 波が増強され連続した。図23(A)の如く約10Hzの $\alpha$ 波を持つ被験者は帰還刺激によって2倍の高調波の極めて多い光駆動波を示した。その引き入れた脳波は、図23(B)、図23(C)に示す如く、それぞれ基本周波数9Hz、高調波18Hzの場合と、基本周波数10Hz、高調波20Hz、で構成されている場合がある事がバイスペクトル分析で確かめられている。

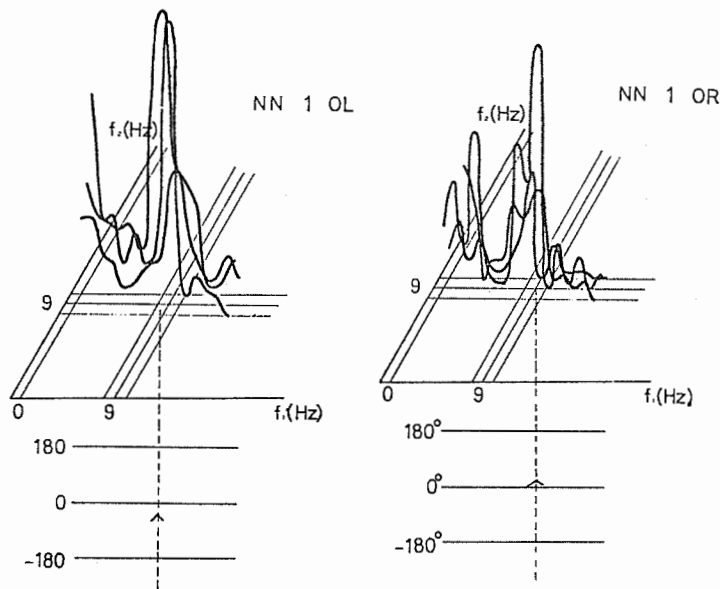


図22 (A) 光駆動時のバイスペクトル。この基本周波数は9 Hz で広がりを見せてはいるが通常のバイスペクトルとほぼ同一の値を示す。

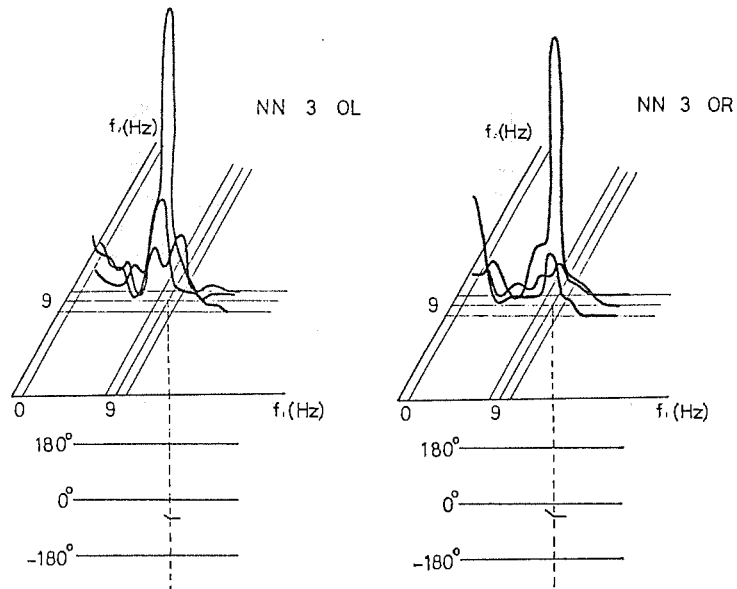


図 22 (B) 通常のバイスペクトル。

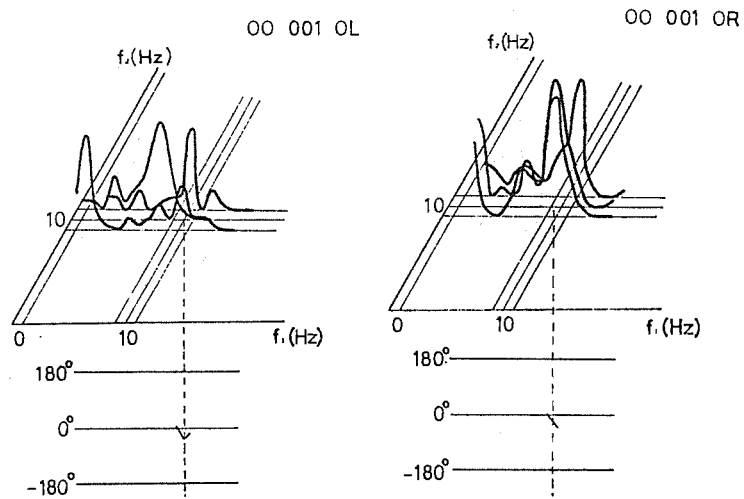


図 23 (A) 通常のバイスペクトル。

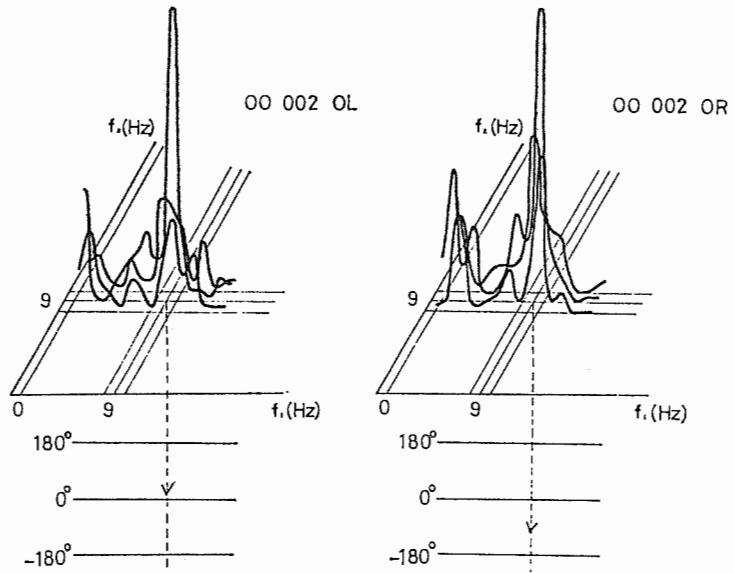


図 23 (B) 光駆動時のバイスペクトル。高調波が増加し  $f_1 = f_2 = 9 \text{ Hz}$  のピークが生じる。

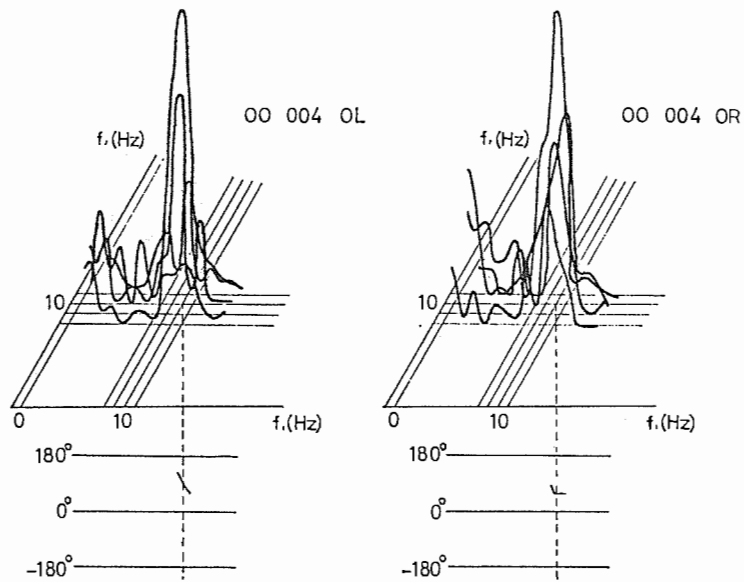


図 23 (C) 光駆動時のバイスペクトル。基本周波数  $10 \text{ Hz}$  付近で駆動がおきている。

10.2.5 偏頭痛時の $\alpha$ 波の解析

通常の状態では、左右対称部位で極めて似たバイスペクトルを示す脳波の対称性が、偏頭痛時には頭痛側で崩れることが明らかになっている。<sup>32)</sup>図24(A)は正常時の記録で、バイスペクトルの $f_1=11\text{Hz}$ での断面図である。左右で有意のピークを持ち同一の位相を示している。

図24(B)は偏頭痛時の結果で、左右のピークとも有意ではあるが、位相は明らかに異なっている。図25は、別の被験者の正常時と偏頭痛時のバイスペクトルの $f_1=9\text{Hz}$ での断面図を示す。(A)は正常時の分析結果で左右ともに有意なピークを持ち位相項も等しい。(B)が偏頭痛時の分析結果で頭痛側の左で有意なピークがなくなっている。

正常な例17件、偏頭痛時の分析結果13件を集め各分析結果の左右差を比べることにより正常例の左右差と偏頭痛例の左右差にはたして統計的な差があるかを検定した。左右の位相差が正規分布すると仮定して左右の位相差の分散に差があるかをF検定すると、 $F_0=0.093 < F(16, 12, 0.05)=3.55$ で等分散とみなせ、左右の位相差の平均値に差があるかをt検定すれば、 $t_0=7.12 > t(17, 0.02)=2.567$ で基準をかなりきびしくとっても有意な差があるといえる。

以上のことから後頭部の対称部位から単極導出した脳波波形は、偏頭痛時には左右で異なった波形になるといえる。

11. おわりに

脳波の分析はすべて、脳波という対象の外部で観測する信号を手懸りとして、内部状態を知ろうとする試みである。信号を平均的にとらえて分析する方法にパワースペクトル分析があり、その延長上にバイスペクトル分析があると考えられる。つまり、パワースペクトルの分析が第0近似として信号の各周波数成分間の関係を独立とみなし分析を行うのに対してバイスペクトルでは信号の特定の成分間の関係を調べている。

この分析は特に、信号が高調波成分を持つ

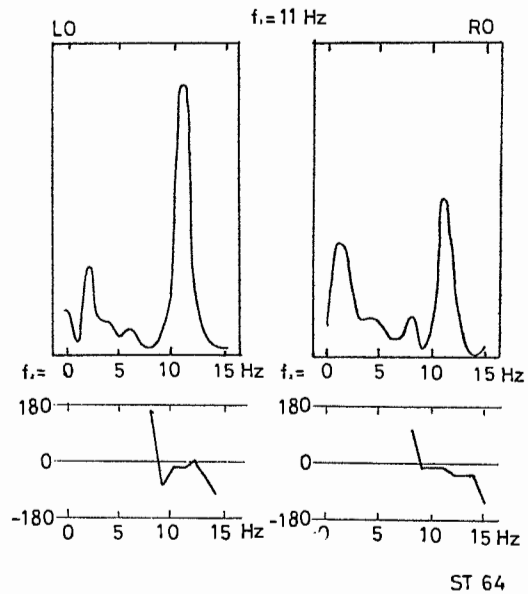


図24 (A) 正常時の脳波のバイスペクトル。左右で位相項がそろっている。

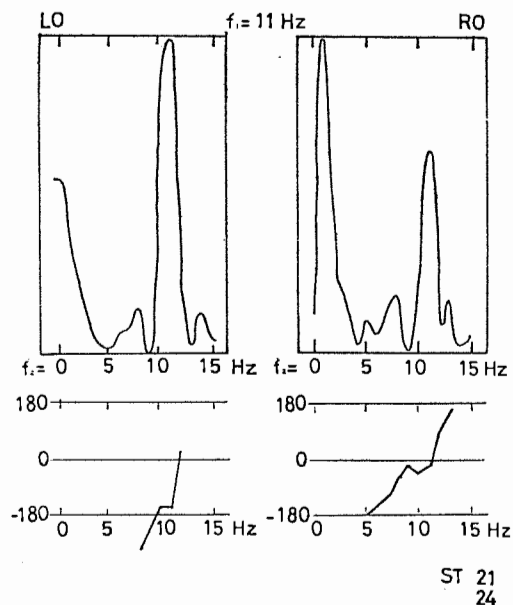


図24 (B) 偏頭痛時の脳波。左側で位相がずれているのが認められる。

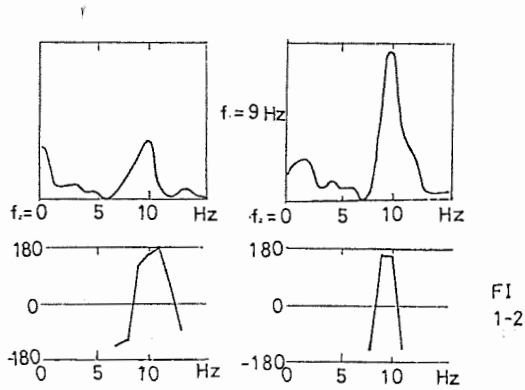


図25 (A) 正常時のバイスペクトル

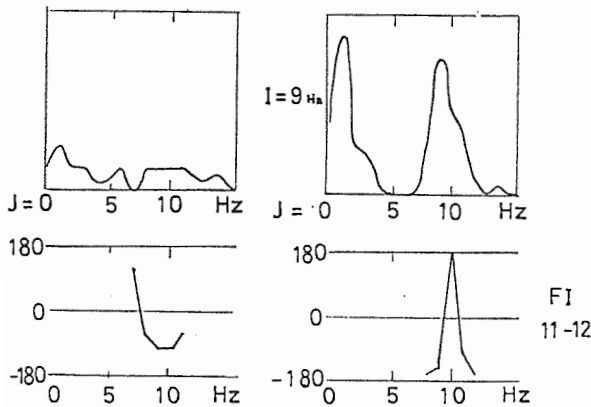


図25 (B) 偏頭痛時のバイスペクトル。  
頭痛側の左側でバイスペクトルが平坦化してしまい、 $\alpha$ 成分と $\beta$ 成分とが独立になってしまったことを示している。

た周期信号プラス正規性雑音と第一次近似でできる場合に極めて有効である。さらに複雑な成分間の関係を仮定するならば、一般により高次のスペクトルを調べる必要がある。

第10章で紹介した実験においては、左右の後頭部より導出の $\alpha$ 波波形を平均的にとらえて、正常成人の $\alpha$ 波の $\alpha$ 成分と、その高調波の周波数を持つ $\beta$ 成分とに、ある固定した位相関係があり、それが左右で同一になっていること、その対称性が偏頭痛時に崩れることが明らかになった。

この事実に対応する内部状態の推定は、 $\alpha$ 波の発生機序が、Bergerの $\alpha$ 波発見以来の大問題で、種々の説が提出されているが、い

まだにほとんど解決されておらず、 $\beta$ 成分の発生機序も明らかにされていない現在、全く推察の域を脱し得ない。しかし、分析の結果 $\alpha$ 成分の発生機序と $\beta$ 成分の発生機序の間に極めて密接な結合があることだけは明らかになっているのである。

このようにバイスペクトル分析は、適切な内部状態のモデルと共に $\alpha$ 波機序の解明の一つの手段となり得る可能性、あるいは、偏頭痛や他の疾患の臨床的な分析の手段となり得る可能性をもっているのである。

以上、5回にわたって、バイスペクトルの理論と応用について解説してきた。

紙面の関係上、また著者の浅学のため、あるいは稚拙な文章のため意をつくせなかったのではないかと恐れている。

ともあれ、数学的な抽象的な理論が、実際のなまなましい物理現象、人間・機械系、あるいは社会システムなどの具体的な現象を切る鋭い刃として利用されていることは非常に興味深い。

はじめにも書いたように、この手法が特に医学・生物学系会員のそれぞれの問題解決のための鋭い刃を持った七つ道具の一つとして、それぞれの手持ちの解析手法のレパトリに加えられるならば、また、それから問題解決への糸口がほどけるならば、著者の労はねぎらわれてなお余りあるのである。

註4) これを $\alpha$ 成分と呼ぶ。基本周波数が8~13Hz ( $\alpha$ 帯域)にある波を $\alpha$ 波と呼んでいる。 $\alpha$ 波は $\alpha$ 帯域の成分( $\alpha$ 成分)のみでできているわけではなく、それを構成する成分を $\beta$ 帯域(14Hz~)にも持っている。それを $\beta$ 成分とよんでいる。その成分がはたして $\alpha$ 成分の高波であるのか(固定した位相関係が存在するか)をバイスペクトルで調べるのである。

註5) 電氣的に活性な2点(すなわち頭皮上の2点)間の電位差の変動を導出する方法を双極導出(bipolar lead)という。

註6) 耳朶(ときとしては鼻や頭も用いられる)を電氣的に不活性と考えてこれに電極をおき、他の一極を電氣的に活性な頭皮上において、二極間の電位差を導出記録する方法を単極導出(monopolar lead)という。

参 考 文 献

- 15) K. Hasselmann, W. Munk, and G. Macdonald, "Bispectra of ocean waves," in Time Series Analysis, M. Rosenblatt, Ed. New York: Wiley 1963, pp. 125-139.
- 16) 永田, "スパイクアレイ型時系列のバイスペクトル," 統計数理研究所シンポジウム記事, pp. 45-59, 1971.
- 17) M. P. Aubry, "Application de l'analyse bispectrale a l'etude de la diffraction, I, II," in Ann. Astrophys., vol. 29, pp. 389-406, 1966; vol. 30, pp. 101-110, 1967.
- 18) H. Akaike, "On the use of non-Gaussian process in the identification of a linear dynamic system," Research Memo 3, Inst of Statist. Math., Tokyo, pp. 269-276, 1966.
- 19) E. Parzn, "Time series analysis for models of signal plus white noise," *ibid* 4), pp. 233-257.
- 20) 館, "バイスペクトルを用いる線形系推定の一方法," 計測自動制御学会論文集, vol. 11, pp. 729-734, 1975.
- 21) H. Akaike, "Note on higher order spectra," Ann. Inst. Statist. Math., vol. 18, pp. 123-126, 1966.
- 22) L. J. Tick, "The estimation of transfer function of quadratic systems," Technometrics, vol. 3, pp. 563-567, 1961.
- 23) M. D. Godfrey, "An exploratory study of the bispectrum of economic time series," Appl. Stat., vol. 14, pp. 48-69, 1965.
- 24) 館, "バイスペクトル分析による雑音に埋もれた周期信号の分離," 計測自動制御学会論文集, vol. 9, No 6, pp. 729-738, 1972.
- 25) 樋口, "音声の特徴抽出の研究," 東京大学工学部修士論文, 1974.
- 26) 上野, 中島, 作山, "バイスペクトルによる表面あらさ解析," 第13回SICE予稿集, pp. 443-444, 1974.
- 27) 山川, "バイスペクトルによる波形のくせのはあく," 日本機械学会論文集(第1部), vol. 41, pp. 1394-1404, 1975.
- 28) 佐藤, 佐々木, 中村, "機械雑音のバイスペクトル解析による異常検出," 第23回応用物理学会関係連合講演会予稿, p. 165, 1976.
- 29) H. Berger, "Uber das Elektrenkephalogramm des Menschen," Arch. f. Psychiatr., vol. 87, p. 527, 1929.
- 30) E. D. Adrian and B. H. C. Matthews, "The Berger rhythm: Potential changes from the occipital lobes in man," Brain, vol. 57, pp. 355-385, 1934.
- 31) G. Dumermuth, P. J. Huber, B. Kleiner, and Th. Gasser, "Analysis of the interrelation between frequency bands of the EEG by means of the bispectrum. A preliminary study," Electroenceph. clin. Neurophysiol., vol. 31, pp. 137-148, 1971.
- 32) 館, 高谷, "バイスペクトルによる脳波解析," 医用電子と生体工学, vol. 11, No 4, pp. 284-292, 1973.
- 33) 館, 高谷, 柏木 "脳波のバイスペクトル分析 第II報," 第3回日本脳波筋電図学会予稿集, p. 112, 1973.
- 34) 館, 高谷, "バイスペクトルによる脳波解析 第2報," 第13回日本ME学会大会予稿, pp. 290-291, 1974.
- 35) 館, 高谷, 柏木 "脳波のバイスペクトル分析 第III報," 第4回日本脳波筋電図学会予稿集, p. 118, 1974.