

《解 説》

計測におけるモデルの構成とシステム同定

たち
館すすむ
障*

1. はじめに

計測とは、人間が人間自身も含めそれをとりまく森羅万象を観察し、種類に従って分けたり、秩序よく並べたり、数量的に表現したり、という科学技術的な営為の呼称であるといわれている¹⁾。

しかし、ここでは少し範囲を限定し、計測の過程を、対象とする現象のモデルを観測者たる人間の側に構成し、モデルが明らかになった場合には対象がどのモデルにあてはまるかを照合したり、あるいはモデルのパラメータを同定する過程と理解してその過程に関連した計測アルゴリズムを整理する。

2. 計測とモデル

2.1 計測とモデル

計測におけるモデルの役割は大きい。たとえば物理量は自然の実体を表わすものではなく、それをモデル化し抽象化した概念であると考えられる。そのとき、物理法則は、自然のひとつのモデルを提供する。物理法則を利用した計測では、対象に関連したモデルは主として2つに大別できる。1つは主として電気信号として対象に関する情報を得るための部分であり、エネルギー変換に関する物理法則が用いられ、それに基づいて測定がなされる。第2の部分は、それらの情報に演算を施すことにより求めたい諸量を推定する過程であり、ここにもモデルが用いられる。

前者については、多くの著書^{2),3)}があるのでここではこの後者のモデルを主として扱うこととする。そのほかにも、このようにして得られたデータをいかに人間にとってわかりやすいものとして表示するかという表示部においてもモデルが考えられるし、人間が計測

のために操作制御するためにもモデルが必要となる。さらに人間自体、自分の頭の中に自然界の現象や、計測システムなどに関するモデル(メンタルモデル)をもっているわけであるがそれらについてはここでは論じないことにする。

計測対象、計測システム、人間およびそれらの間の情報の流れ、および種々のモデルについて図1にまとめて表わしてある。

2.2 計測の3つのレベル

天逝した天才科学者として知られるMITのMarrはその著書Vision⁴⁾の中で、情報処理の過程を異なる3つのレベルに分けている。計測という行為もまさにこの3つレベルに分けてとらえることができる。もともとの考え方は、複雑な情報処理問題を実行するシステムを理解するための考え方であるが、当然計測系のようなシステムを設計する際にも役立つ考え方となる。

最上位のレベルは、計測の原理である。ここでは計測の目標は何か、なぜその計測が適切なのか、それを実行可能な方策の理論は何かが明確にされなくてはならない。計測の過程を、ある種の情報から別の情報への写像として特徴づけ、この写像の抽象的な特性を正確に定義し、その際用いられる理論が適切かつ十分であることを示すこととなる。

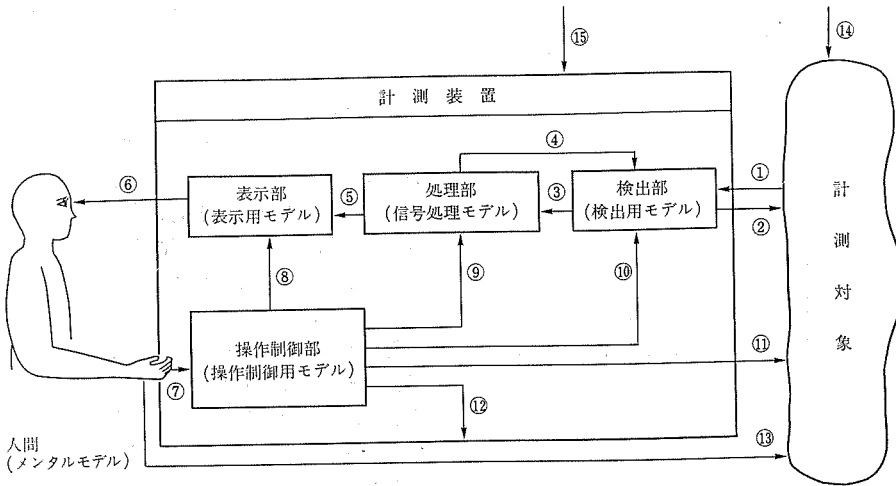
第2のレベルが計測のアルゴリズムのレベルである。ここでは、この計測原理をどのようにして実現することができるか、特に入力と出力の表現法と、入力を出力に変換するためのアルゴリズムを決定する。

第3のレベルが、上記のアルゴリズムと表現をいかにして物理的にハードウェアとして実現するかの方法を定めるレベルである。

計測の原理の部分は計測システムの設計においては、計測の仕様を明らかにする部分といってもよい。どのような対象の何について知りたいのか、その場合どのような情報が利用できるのかなどを明確にする。計測は本質的に何らかの制約条件により可能となるわ

* 機械技術研究所 つくば市並木 1-2

キーワード: 計測アルゴリズム (algorithms for measurement and instrumentation), 計測の原理 (principle of measurement), モデルを用いた計測 (measurement using models), モデルの構成 (modeling), モデルによる現象の同定 (system identification).



①エネルギー変換など物理的な原理により対象からの出力情報を計測装置に入力するプロセス、②計測対象に既知の入力を入れるなど計測を容易にするための計測装置側からの対象への働きかけ、③通常は電気信号に変換された時変の多次元信号、④処理した結果により測定条件を変更し、より良いデータを得るための働きかけ、⑤処理により求められた計測量、⑥人間にとって理解しやすい形での表示、⑦人間による計測装置への働きかけ（環境への働きかけも含む）、⑧表示条件、表示方法などの選択・変更など、⑨処理条件、処理方法などの選択・変更など、⑩測定条件、測定方法などの選択・変更など、⑪計測を行いやすくするための人間の計測装置を介した対象への働きかけ、⑫計測装置をセットするなど人間の計測装置への働きかけ（装置を空調して使うなど環境への働きかけも含む）、⑬たとえば資料をセットするなど人間による対象への直接的な働きかけ（たとえば恒温槽に浸けるなど環境的な働きかけも含む）、⑭環境の計測対象への作用、⑮環境の計測装置への作用。

図 1 計測における種々のモデル

けで、その制約条件は計測の行われる実世界により規定される。したがって計測を行う対象の物理的なモデルを構築する過程がこの計測の原理の過程となる。

X線 CT の場合を例にとって説明してみよう。人間の体内の形状を人間の組織に危害を加えることなくまた切り開くことなく外部からの計測のみにより知ることが、この計測の目標となる。そのための方策は種々ありうるがX線を用いる計測法を選ぶにあたっては、なぜX線が適切なのかを十分に議論しなくてはならない。そのため物理的な制約条件として人間の生体組織の諸特性とX線の性質、また生体のX線の許容量などがかわってくる。

この議論の結果、X線による方策を選んだとしよう。つぎに実行可能な方策の理論は何かを明確に示なくてはならない。ある物体のX線の吸収特性を $h(x, y)$ とする。これは人体のなかでの輪切りの断面と考えればよい。いま、これに y 軸から θ だけ傾きをもった l の方向に I_0 の強度を有するX線を照射する。いま t を l に垂直な方向への座標、 θ を l の方向とする。

$$t = x \cos \theta + y \sin \theta; \quad l = -x \sin \theta + y \cos \theta$$

通常得られるX線写真は、 t に垂直な方向の直線 l 上をビームが直進して、その間にある物体により吸収され減衰した強度 I を記録したものである。すなわち

$$I(t, \theta) = I_0 \exp \left[- \int_{l(t, \theta)} h(x, y) dl \right] \quad (1)$$

いま、

$$p(t, \theta) = \ln \left(\frac{I_0}{I(t, \theta)} \right) = \int_{l(t, \theta)} h(x, y) dl \quad (2)$$

とおいて、種々の θ に対する $p(t, \theta)$ の値を求めそれから物体の吸収特性 $h(x, y)$ を求める。これがX線CTの原理にほかならない。また、これを計測のモデルと呼ぶこともできる。

第2のレベルが狭義の計測アルゴリズムのレベルである。X線CTにおけるアルゴリズムは、いわゆるフーリエ交換法やコンボリューション法がそれにあたる。フーリエ交換法では、直接得られる情報 $p(t, \theta)$ から

$$h(x, y) = \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} p(\tau, \theta) \exp(-2\pi j f \tau) d\tau \right] \exp(2\pi j f t) |f| df \quad (3)$$

として $h(x, y)$ を求める。

コンボリューション法では

$$\begin{cases} \Phi(f) = |f| \\ \varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(f) \exp(2\pi j f t) df \end{cases} \quad (4)$$

とおいて、 $p(t, \theta)$ から

$$h(x, y) = \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau, \theta) \varphi(t - \tau) d\tau \quad (5)$$

として $h(x, y)$ を求める。

そのほかにも種々のアルゴリズムがありうる。たとえば(4)式の $\varphi(\tau)$ の形をさまざまに変えることがで

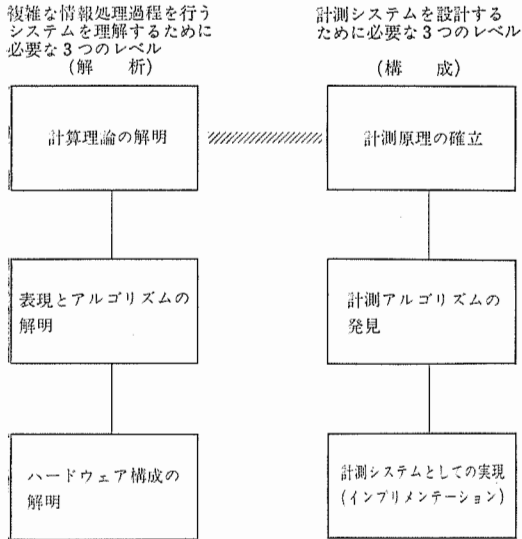


図2 情報処理システムの解明と構成における3つのレベル
 けるため、実験的に最も鮮明な再生像を作る $\varphi(\tau)$ を利用することも考えられる。

第3のレベルにあたるハードウェアによる実現の段階では、上記のアルゴリズムもさらに装置にあわせ特別な形に変形される。並列演算や特殊な演算装置を組み込んで実現することもある。最終的な計測システム構築の段階である。

図2の左側に Marr によって提案された生体など、すでに存在する複雑な情報処理過程を解明するために必要な3つのレベルを示す。その右側には、逆に計測システムを人間が設計する際に考慮すべき3つのレベルを解明の場合に対比させて示してある。

人間など自然界に存在する情報処理システムも、人間が設計する情報処理システムも、共に同じ自然界ので用いられ動作するという意味で同じ物理法則の基にあり、したがって最上位のレベルでは相互利用可能な原則に基づいていると考えられる。

ちなみに生体が計測にとって参考になったり、逆に計測システムが生体の解明にとって参考になったりするものは主にこのレベルである。

3. モデルの構成

計測を行うのに、いかなるモデルを計測対象や装置に対して仮定するかは、前述の計測原理のレベルでの重要な選択事項となる。自然現象、電気、電子回路、工業プラント、機械装置、生物、経済システムなど実システムの状態を適格に知るための計測の問題を考えると、その実システムを支配する自然法則を知り、その制約条件を明らかにし、その挙動を明確に表

わすいいわゆるモデルを構成することが重要である。

古典的な計測においては、このレベルでのモデルはいわゆる物理法則を表わす方程式で記述されることが多く、その意味あいもはっきりしているが、3次元物体の形状の認識などの計測問題では、この計測原理のレベルでの現象の理解がまだまだ十分ではない。

モデルは実システムと同じ物理システムである場合や、構造物のプロトタイプのような物質モデルの場合もあるが、一般的には数式モデルに代表される形式モデルになる。形式モデルの例としては、数式モデル、幾何モデル、知識ベースなどの論理モデルがある。数式モデルは確率的なモデルと確定的なモデルに分類される。最もよく利用されるのが、線形定常のモデルであるか、これも常微分方程式、伝達関数、状態変数モデル、時系列モデルといったパラメトリックモデルと、インパルス応答、ステップ応答、周波数応答、相関関数、スペクトル応答といったノンパラメトリックモデルに分けられる。

しかし最も重要であることは、計測の目的と対象とを深く考慮し、物理的な事実と適合するモデルを構成することであって、処理可能あるいは処理が容易ということだけで安易に線形性や定常性、エルゴード性、あるいは正規分布などを仮定したモデルを導入しないように注意すべきである。

さて、ここでこれ以降の論議で考える計測システムの構造を明確にしておこう。図3(a)は従来から一般的に考えられている計測システムの構造である。計測対象から計測装置へ計測すべき量を含む信号が伝えられ、計測装置は入力後の信号処理に適した電気量などの量にエネルギー変換し、その後信号処理により対象に関する計測量を推定するという図式である。ところがこの図式では、計測対象や計測装置の置かれている環境の影響とか、対象や装置に作用する物理的な場などの作用が陽の形では表現されていない(信号に加わる雑音として扱われる場合が多い)。

また、計測装置への入力は本来、対象に関する情報のうち観測できる信号のみであるが、そのことも必ずしも明確には表わされていなかった。

そこで本議論では、図3(b)のような構成として計測システムを考える。まず、計測対象と計測装置は互いに作用しあう切っても切れない関係にあるため、両者をあわせて計測システムと考える。そのシステムが環境ないしは場の中に置かれ、場の作用を受けて物理現象が生じ、それから得られる情報を利用して計測が行われる。

このとき、この現象に関して人間があらかじめ物理

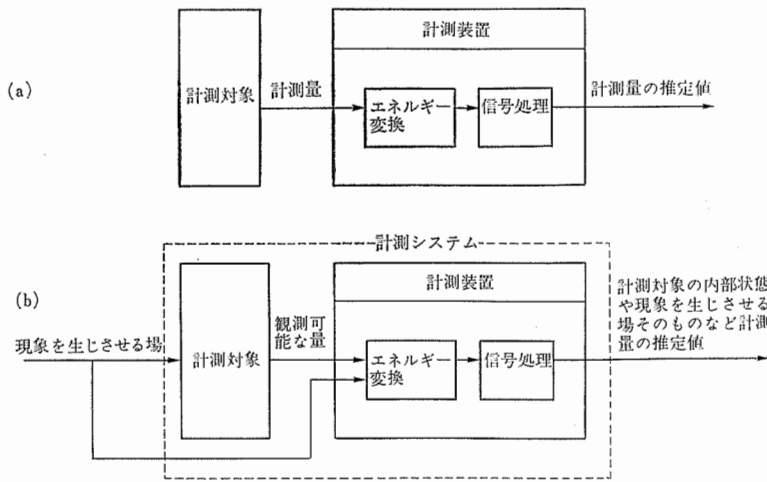


図 3 (a) 従来考えられている計測システムの構成 (b) 本議論で考える計測システムの構成

法則などから予測をたて計測に役立てる知識の体系がモデルであるといえる。

また、このシステムでは計測装置への入力、対象の状態に関連した観測可能な信号であり、信号処理は対象や装置に関する知識（モデル）を利用して、対象の状態を推定したり、場合によっては対象に作用する場合そのものの状態を推定したりする。

4. アルゴリズム

計測の原理が確定できれば、つぎはそれをいかに表現し、入手可能な情報から求めるべき情報を導き出すかといった、いわゆるアルゴリズムを発見する段階に移る。計測の基本は、物理現象などの計測に関連した現象をあらかじめ設定した計測系の中で生じさせることにある。したがって、ここでいう現象とは計測対象と計測装置の両者によって生じる現象を意味し、モデルもその両者を含みうるものとする。

モデルを用いた計測のアルゴリズムの中で最も簡単なものは、図 4 (a) に示すオープンループの計測システムにおけるものである。ここでは、計測システムの中に現象を組み込みその現象を生じさせる。図中 $u(t)$ は、現象を生じさせる自然界における物理的な要因であり、通常、重力場、電磁場などの場を考える。モデルは、現象の出力として観測可能な量 $y(t)$ をその入力として、現象にかかわる諸量のうち計測したい量を $\hat{z}(t)$ として出力する。 $\hat{z}(t)$ が現象への入力 $u(t)$ の推定値 $\hat{u}(t)$ である場合、これを狭義の逆問題と呼ぶことができる。つ

まり、モデルは現象を $x=f(u)$ とすればモデルは $\hat{u}=f^{-1}(\hat{z})$ となっているからである。

図 4 (b) は、零位法で代表されるクローズドループ

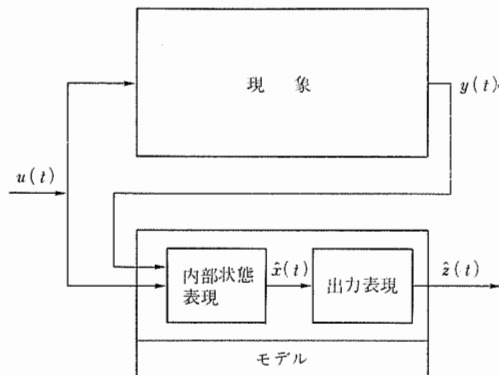


図 4 (a) オープンループの計測システムにおけるモデルの役割 ($\hat{z}=\hat{u}$ のときは狭義の逆問題)

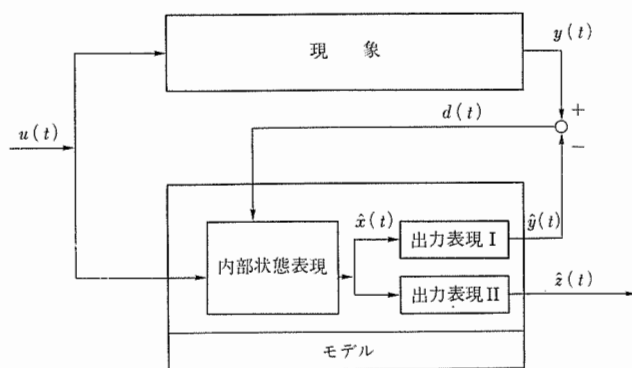


図 4 (b) クローズドループの計測システム（零位法）におけるモデルの役割

の計測システムを示す。ここでは2つの特徴がある。ひとつは現象の観測可能な量 y と同種の量をモデルの側に作りその両者の差が零となるようにモデルの中の既知の量（基準量など）を変化させる点である。それは内部状態表現の中で行われ、出力表現の I が現象と同種の出力を生み、出力表現 II が内部状態に基づく実際に計測したい量 z を作り出す。

もうひとつの特徴は、入力としての場をモデルの側でも利用する点である。特にこれはモデルとして現象と同一の物理モデルを利用すると実現しやすい。もっとも、モデルに場が入力されなくとも零位法のシステムの構成は可能であるが、場の変化にたいして計測の結果が不変というメリットをそこねることになるのはいうまでもない。また、図4(b)のシステムで線形性を仮定し、現象が可観測であるとすればオブザーバを用いた計測が可能となる。しかしこれはあくまでも実際の現象が線形モデルで十分に近似されることが前提であることはいうまでもない。

さていま非常に簡単な例として、物体の質量をバネばかりと天秤で測定することを考え、図4(a)のオープンループシステムと図4(b)のクローズドループシステムとを比較してみよう。

図5(a)に示すように、バネばかりによる測定対象

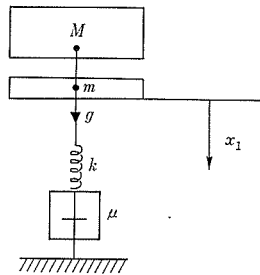


図5(a) バネばかりのモデル

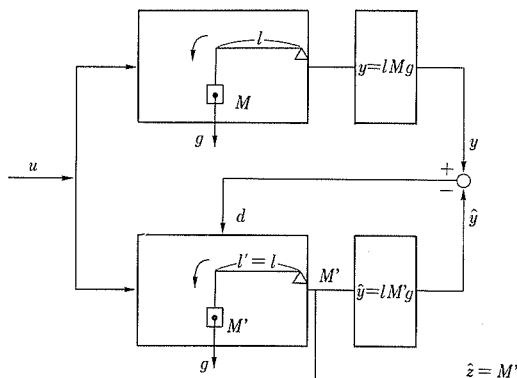


図5(b) 天秤のモデル

の質量を M 、バネばかり自体の等価質量を m 、バネの弾性係数を k 、粘性係数を μ とする。もっともこのような仮定は現象のモデルに対してであり、実際の現象は、実際のバネばかりという計測システムの上に測定物体を置いたときに生じる物理現象そのものである。

物理現象を生じさせているもの、すなわち入力はこの場合地球の重力場であり、地表面では近似的に重力加速度 g である。現象からの出力は、実際に観測可能な量、すなわちこの場合にはバネの伸び x_1 である。

モデルとしては、 x_1 を平衡点からのずれとして $\dot{x}_1 = \dot{x}_2$ において以下の線形モデルを考える。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M+m} & -\frac{\mu}{M+m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M}{M+m} \end{bmatrix} g \quad (6)$$

ここで、モデルにも g の入力に加わって、運動が生じ x_1 が現象からの出力としてモデルへの入力となると考えている。しかし g は一般には、このような計測装置ではその都度測定せず、あらかじめ定めた値を用いる。 M は未知、 m 、 k 、 μ 、 g は既知として、かつ $\dot{x}_1 = 0$ 、 $\dot{x}_2 = 0$ の定常状態を考えると、出力表現は、

$$z = \begin{bmatrix} \frac{k}{g} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

すなわち、 x_1 の値に適当な変換（通常は目盛りのうち方）を施すことにより対象の質量の測定が行われる。ここで留意しなくてはならないことは、この測定法では入力である g の値を測定せず仮定した値を用いていることである。したがって、たとえば月の上など g の値の異なる場所では正確な測定は行えない。この g の値を定めたり、 k の値を定めたりする方法としては実際の測定に先立って質量の既知の物体を測定することが行われ、校正と呼ばれている。

一方、零位法で代表されるクローズドループの計測システムは入力である場を現象とモデルの両者に同時に加えている点にひとつの大きな特徴がある。天秤を例にとるならば、図5(b)で示すようにモデルも、現象を生じさせるのと同じ物理系で構成してしまう。いわゆる物理モデルがここでは使用されている。両者により生じるモーメントを比較してその差 d が0になるように既知の質量 M' を変化させて d が0となった際の M' をもって M とするのである。実際の天秤では、物理モデルを用いているが、もし g を測定するセンサがあり、それに基づいて既知のトルクを生じさせるトルク発生器を用意して物理現象により生じるモーメントと用意したトルク発生器というモデルからの出力をつりあわせ、そのモーメントの差が0になるようにして、そのときのトルク電流から対象の質量を推

定する計測システムも可能である。これも零位法である。ただしこの際 g の値を測定しなくても零位法としての効果は生むが、もし測定しない場合には、オープンループ系の時と同様の g の変化による誤差はさげられない。

さてつぎに入力場などの入力信号が完全に観測可能であったり、あるいは既知の場合を作り出してそれを入力とするといった場合が図 6 (a) と図 6 (b) のシステムである。

図 6 (a) はそのオープンループ型で観測したい現象の入力に既知の信号を加え、その出力を観測する。モデルとしては、既知の入力信号と観測された信号とを利用して、たとえば相関関数やクロスパワースペクトルないしパワースペクトルなどを利用して系の伝達関数やインパルスレスポンスを求めたり、また、それに関連して速度測定などを行うことがあげられる。

図 6 (b) では、それがクロードループとなっている。線形システムで考えれば、オブザーバを利用して現象の状態を推定し可観測の条件下でそれから現象の内部状態を推定するという計測系がこれにあたる。もちろん、両者にそれに基づく入力を与えれば現象自体を制御することも可制御の条件下では可能となる。出力表現Ⅲは、この制御信号を作り出している部分である。

5. おわりに

計測の過程をモデルの構成とモデルの照合ないしはパラメータ同定の過程として理解し、それに含まれるアルゴリズムを体系的に理解する試みを行った。紙面の都合でここではきわめて基本的な測定を例にとったが、この図式はさらに複雑な計測についても成立している。

たとえば、直方体や三角柱などの 3 次元形状の識別を考える。現象はたとえば光の場の中に識別したい物体を置くことにより生じる。したがって入力光は電磁場である。観測可能な量はたとえばテレビカメラによる 2 次元画像となる。簡単のために線画になっているとしよう。モデルの側には直方体は、三角柱、といった物体のモデルを用意しておく。モデルは直方体や三角柱などのすべての頂点の座標 (x_1, y_1, z_1) を登録したもので、それに w_1 という縮尺率も加えておく。それが図 3 (b) の内部状態表現にあたる。出力表現Ⅰとしては、カメラで生じたと同一のパースペクティブ変換をモデルに対し行い、それと観測量を比較し、その差が最小になるようにモデルのパラメータやモデルの種類を変化させる。たとえばこのように考えると画像

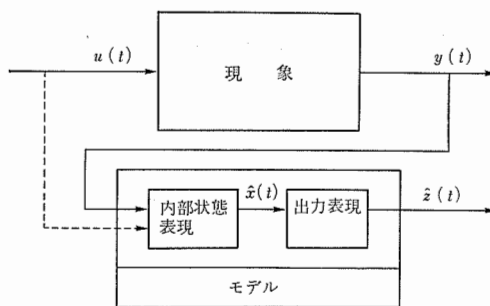


図 6 (a) 既知の入力を系に加える方式 (オープンループ) におけるモデルの役割

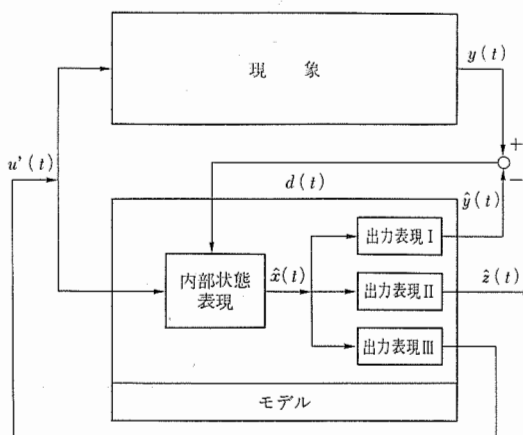


図 6 (b) 強制入力を系に加える方式 (クロードループ) におけるモデルの役割

などに関する計測ないしは認識や理解と呼ばれている一連の処理⁵⁾も同一のアルゴリズムのフレームワークで理解することが可能である。それらについては、別の機会に詳しくまとめたいと考えている。

なお、本研究は本学会「計測アルゴリズム研究専門委員会」(北森俊行委員長)のもとに行われたものである。森村正直博士はじめ研究専門委員会委員各位の貴重なご意見やご教示に厚い感謝の意を表する。

(昭和 63 年 3 月 7 日受付)

参考文献

- 1) 日本機械学会(編)：新版機械工学便覧A7 システム理論, 26/49 (1986)
- 2) 日本機械学会(編)：新版機械工学便覧B3 計測と制御, 39/88 (1986)
- 3) 片岡, 柴田, 高橋, 山崎(共編)：センサハンドブック, 70/150, 培風館 (1986)
- 4) D. Marr: Vision, 19/31, W.H. Freeman Co., San Francisco (1982)
- 5) 館, 白井：画像処理とパターン計測技術, 126/145, 日本機械学会, 朝倉書店 (1986)